

# Untersuchung des Achssystems und des Taufelfehlers terrestrischer Laserscanner mit tachymetrischem Messprinzip

Frank Neitzel  
Technische Universität Berlin  
Institut für Geodäsie und Geoinformationstechnik  
Straße des 17. Juni 135  
10623 Berlin  
frank@mca.bv.tu-berlin.de

## 1 Einführung

Terrestrische Laserscanner mit tachymetrischem Messprinzip liefern dem Benutzer Koordinaten, die aus den originären Messgrößen Richtungen, Winkel und Strecken berechnet werden. Ist das Instrument mit Achsenfehlern behaftet, werden die Richtungs- und Winkelmessungen verfälscht, was zu fehlerhaften Koordinaten der Punktwolke führt. Die Frage, ob die Verfälschungen der Koordinaten je nach Genauigkeitsanforderungen eines Projektes tolerierbar sind, kann nur durch eine Untersuchung der Achsenfehler beantwortet werden.

Um eine möglichst zuverlässige Bestimmung der Achsenfehler zu gewährleisten, werden in diesem Beitrag ausschließlich überbestimmte Konfigurationen betrachtet, bei denen die Bestimmung der gesuchten Größen mit einer Ausgleichung nach kleinsten Quadraten erfolgt. Zur Bestimmung der Achsenfehler aus Scans in einer Lage wird das Konzept eines von Rietdorf (2005) entwickelten Verfahrens vorgestellt, im Anschluss daran wird gezeigt, wie sich die Achsenfehler aus Scans in zwei Lagen bestimmen lassen. Die Vor- und Nachteile beider Verfahren werden herausgestellt.

Des Weiteren wird anhand einer Untersuchung des Laserscanners Imager 5003 der Firma Zoller + Fröhlich gezeigt, wie ein Laserscanner unter Verwendung eines Neigungssensors auf das Vorhandensein einer instabilen Drehachse (Taufelfehler) untersucht werden kann.

## 2 Der Laserscanner als Realisierung eines lokalen Koordinatensystems

Ein terrestrischer Laserscanner mit tachymetrischem Messprinzip kann als Realisierung eines lokalen Koordinatensystems angesehen werden, dessen Orientierung im Raum grundsätzlich beliebig ist, siehe hierzu Stahlberg (1997) und Neitzel (2006b). Dieses Koordinatensystem, siehe Abb. 1 (a) wird als Instrumentensystem bezeichnet.

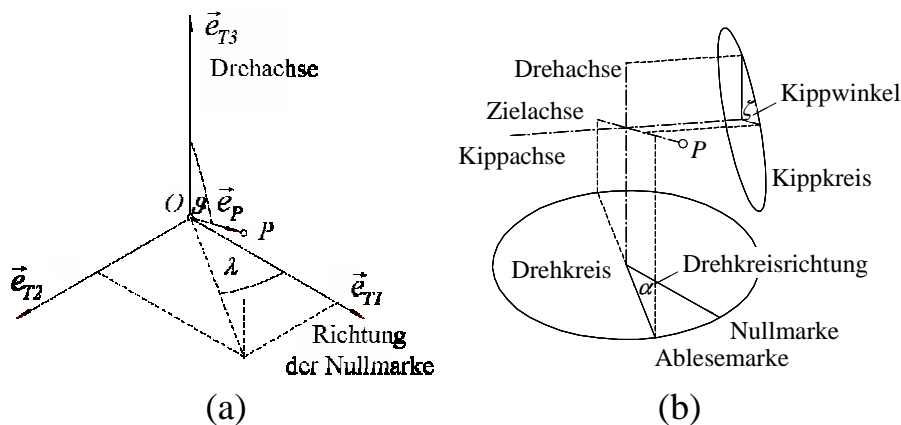


Abb. 1: Instrumentensystem (Modell) (a) und Laserscanner (Realisierung) (b) nach Stahlberg (1997)

Die gesuchten Messgrößen eines Scanvorgangs sind die kartesischen Koordinaten

$$\mathbf{X}_i = [x_i \quad y_i \quad z_i]^T = f(\lambda_i, \vartheta_i, s_i) \quad (1)$$

bezüglich des Instrumentensystems als Funktion der Kugelkoordinaten  $\lambda$ ,  $\vartheta$  und der Schrägstrecken  $s$ .

Da die Realisierung des abstrakten Instrumentensystems aufgrund mechanischer Unzulänglichkeiten nie perfekt gelingen kann, erhält man aus der Messung mit dem Laserscanner anstelle der gesuchten Koordinaten  $\mathbf{X}$  die Werte

$$\mathbf{X}_{f_i} = [x_{f_i} \quad y_{f_i} \quad z_{f_i}]^T = f(\alpha_i, \zeta_i, s_i), \quad (2)$$

die als Funktion der im Scanner in Lage 1 abgegriffenen Richtungen  $\alpha_i$ , der Winkel  $\zeta_i$  und der Schrägstrecken  $s_i$  von der Gerätesoftware berechnet werden.

Da die Bestimmung von Instrumentenfehlern grundsätzlich unabhängig ist von einer lotrechten Ausrichtung der Drehachse, werden für die Richtungen  $\alpha$  und die Winkel  $\zeta$  die Bezeichnungen *Drehkreisrichtungen* und *Kippwinkel* verwendet, die sich nur auf das Instrument beziehen, siehe Abb. 1 (b). Ist der zu untersuchende Laserscanner mit einem Neigungssensor ausgestattet (z.B. Callidus CPW 8000, Zoller + Fröhlich Imager 5006), so ist die Neigungskorrektur der Richtungen und Winkel vor der Untersuchung der Achsenfehler zu deaktivieren.

Bezüglich der zu untersuchenden Achsenfehler wird in diesem Beitrag angenommen, dass unter Berücksichtigung eines Zielachsenfehlers  $c$ , eines Kippachsenfehlers  $i$  und einer Exzentrizität der Zielachse  $e$  mit

$$\lambda_i = f(\alpha_i, \zeta_i, s_i, c, i, e) \quad \text{und} \quad \vartheta_i = f(\zeta_i, c, i) \quad (3)$$

ein funktionaler Zusammenhang zwischen den in Lage 1 gemessenen Werten  $\alpha_i$ ,  $\zeta_i$ ,  $s_i$  und den gesuchten Kugelkoordinaten  $\lambda$ ,  $\vartheta$  hergestellt werden kann.

### 3 Achsen und Achsenfehler eines Laserscanners mit tachymetrischem Messprinzip

Bei Laserscannern mit tachymetrischem Messprinzip können die in Abb. 1 (b) schematisch dargestellten Achsbezeichnungen wie folgt verwendet werden:

- Drehachse: Achse, um die der Oberbau während eines Scanvorgangs rotiert.
- Kippachse: Achse, um die der Umlenkspiegel während eines Scanvorgangs rotiert.
- Zielachse: Unter Annahme einer kegelförmigen Ausbreitung des Messstrahls ergibt sich die Zielachse als Gerade von dem Punkt, an dem der Messstrahl in Richtung des Objektes ausgestrahlt wird (Punkt Z) zum Mittelpunkt der Grundfläche des Kegels (Punkt Z').

Die in diesem Beitrag betrachteten Instrumentenfehler lassen sich wie folgt definieren:

- Kippachsenfehler  $i$ : Winkel zwischen der Kippachse des Umlenkspiegels und der Normalen zur Drehachse, gemessen in der Ebene aufgespannt durch Dreh- und Kippachse.
- Zielachsenfehler  $c$ : Winkel zwischen der Zielachse und der Normalen zur Kippachse, gemessen in der Ebene aufgespannt durch Kipp- und Zielachse.

- Exzentrizität der Zielachse  $e$ : Radius des Kreises um den Teilungsmittelpunkt  $M$  des Drehkreises, den die Zielachse als Tangente bei Drehung des Oberbaus beschreibt.

Eine Veranschaulichung der Instrumentenachsen am Beispiel des Scanners Zoller + Fröhlich Imager 5003 zeigt Abb. 2, die Achsenfehler sind in Abb. 3 dargestellt.

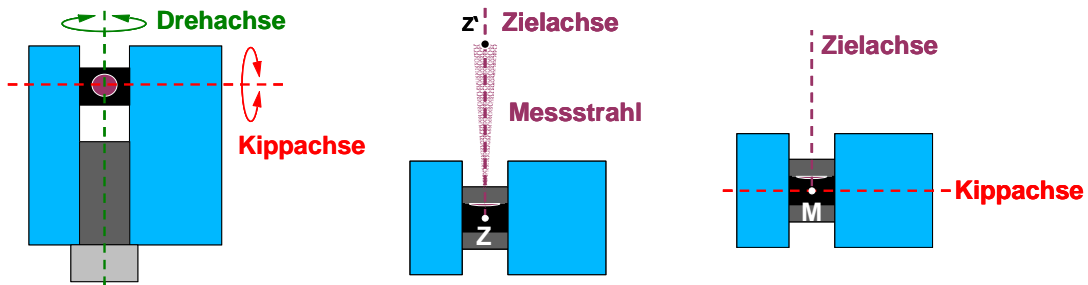


Abb. 2: Dreh-, Kipp- und Zielachse beim Zoller + Fröhlich Imager 5003

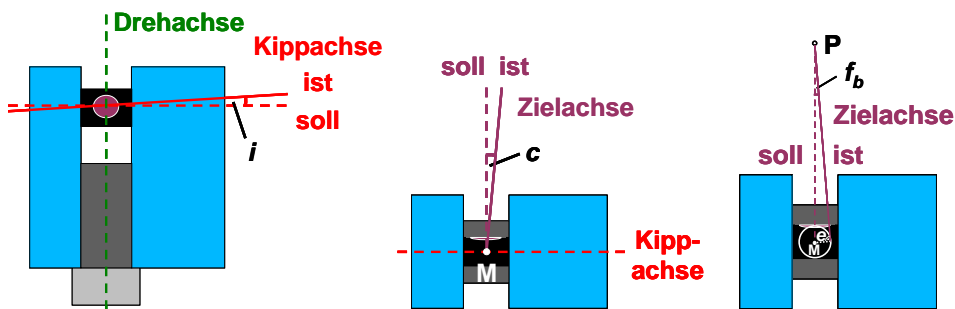


Abb. 3: Kippachsenfehler  $i$ , Zielachsenfehler  $c$ , Exzentrizität der Zielachse  $e$

## 4 Einfluss der Achsenfehler

Der Einfluss  $f$ , den Zielachsenfehler  $c$ , Kippachsenfehler  $i$  und Exzentrizität  $e$  auf eine Drehkreisrichtung ausüben, lässt sich durch

$$f_i = f_{a_i} + f_{b_i} = \arctan \left( \frac{\cos i \tan c}{\sin \zeta_i} + \frac{\sin i}{\tan \zeta_i} \right) + \frac{e}{s_i \sin \zeta_i} \quad (4)$$

beschreiben, vergleiche Neitzel (2006a). Die gesuchten Kugelkoordinaten  $\lambda$  ergeben sich zu

$$\lambda_i = \alpha_{I_i} + f_i, \quad (5)$$

die Kugelkoordinaten  $\vartheta$  erhält man aus

$$\cos \vartheta_i = \cos i \cos c \cos \zeta_i - \sin i \sin c \quad , \quad (6)$$

vergleiche Stahlberg (1997), wobei davon ausgegangen wird, dass  $\zeta_i$  um einen eventuell vorhandenen Indexfehler korrigiert wurde.

Wie die gesuchten Achsenfehler aus Messungen in einer Lage und aus Messungen in zwei Lagen bestimmt werden können, wird im Folgenden gezeigt.

## 5 Bestimmung der Achsenfehler aus Messungen in einer Lage

Die Bestimmung der Achsenfehler aus Messungen in einer Lage ist durch die Einführung von Bedingungen möglich, die von den kartesischen Koordinaten der aufgemessenen Punkte erfüllt sein müssen. In Rietdorf (2005) wird ein entsprechender Ansatz vorgestellt, mit dem neben dem Ziel- und Kippachsenfehler zusätzlich der Höhenindexfehler, drei Achsexzentrizitäten sowie die Additionskonstante und der Maßstabsfaktor für die Streckenmessung bestimmt werden können. Der Messaufbau besteht aus Platten, die möglichst den gesamten Arbeitsbereich des Scanners abdecken, siehe Abb. 4.



Abb. 4: Messaufbau unter Verwendung von Ebenen aus Rietdorf (2005)

Diese Platten werden von unterschiedlichen Standpunkten gescannt und die Kalibrierparameter werden im Zuge einer verketteten dreidimensionalen Ebenentransformation berechnet. Dazu werden die lokalen Koordinaten mit

$$\mathbf{X}_i = [x_i \quad y_i \quad z_i]^T = f(\alpha_i, \zeta_i, s_i, k_{\text{Achssystem}}, k_{\text{Streckenmessteil}}) \quad (7)$$

als Funktion der Drehkreisrichtungen  $\alpha_i$ , der Kippwinkel  $\zeta_i$ , der Schrägstrecken  $s_i$  und der Kalibrierparameter  $k_{\text{Achssystem}}, k_{\text{Streckenmessteil}}$  dargestellt. Die Bedingung, die an alle Punkte gestellt wird ist, dass sie die Ebenengleichung

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{X}_i - d = 0 \quad (8)$$

erfüllen, wobei mit  $\mathbf{n}$  der Normalenvektor und mit  $d$  der Abstand der Ebene zum Koordinatenursprung bezeichnet ist. Somit werden für die Bestimmung der Kalibrierparameter sowohl ein Abstandskriterium als auch ein Ebenheitskriterium verwendet. Diese beiden Kriterien, die in Heister (2006) für die standardisierte Überprüfung terrestrischer Laserscanner vorgeschlagen werden, werden in diesem Ansatz genutzt, um Kalibrierparameter abzuleiten. Die Berechnung der Kalibrierwerte erfolgt dann durch eine Parameterschätzung im Gauß-Helmert-Modell im Zuge einer verketteten dreidimensionalen Ebenentransformation.

Da mit dem Achssystem und dem Streckenmessteil zwei Komponenten gleichzeitig untersucht werden, spricht Rietdorf (2005) von einer *Systemkalibrierung*. Die Vorteile dieses Verfahrens sind:

- Abstands- und Ebenheitskriterium werden genutzt,
- gleichzeitige Untersuchung mehrerer Komponenten des Scanners möglich,
- keine diskreten Punkte erforderlich,
- hohe Punktdichte des Laserscanners wird ausgenutzt,
- zuverlässige Bestimmung der Kalibrierparameter aufgrund großer Redundanz,
- statistische Tests möglich.

Als Nachteile des Verfahrens sind zu nennen:

- hohe Anforderungen an den Messaufbau (Anordnung der Platten, Ebenheit der Platten),
- sehr komplexer funktionaler Zusammenhang,
- Nutzer kann Instrument nur unter Einsatz spezieller Software untersuchen.

## 6 Bestimmung der Achsenfehler aus Messungen in zwei Lagen

Ist es mit einem Laserscanner möglich, Messungen in zwei Lagen auszuführen, kann ein für den Anwender wesentlich einfacheres Verfahren zur Untersuchung der Komponente *Achssystem* angeboten werden.

Im Gegensatz zu dem im vorhergehenden Abschnitt vorgestellten Verfahren sind für die Untersuchung der Komponente Achssystem unter Verwendung von Messungen in zwei Lagen diskrete Punkte erforderlich, die durch die Mittelpunkte von Kugeln oder ebenen Zielmarken realisiert werden. In der weiteren Darstellung wird ein Messaufbau unter Verwendung von Kugeln betrachtet, siehe Abb. 5.



Abb. 5: Messaufbau unter Verwendung von Kugeln

Um die Ziele in zwei Lagen zu scannen, ist der Messbereich des Scanners in den Geräteeinstellungen so festzulegen, dass der Oberbau während des Scanvorgangs eine vollständige Drehung um  $360^\circ$  ausführt.

Liegen die Punktwolken der Zielpunkte in zwei Lagen vor, so ist zunächst ein sorgfältiges Preprocessing erforderlich, bei dem Fehlpixel eliminiert werden und bei der Verwendung von Kugeln die Randbereiche mit stark schleifenden Schnitten entfernt werden. Danach können mit Hilfe einer geeigneten Auswertesoftware die kartesischen Koordinaten der Mittelpunkte der Kugeln mit Hilfe einer Ausgleichung nach kleinsten Quadraten berechnet werden. Ausreißer, die sich trotz eines sorgfältigen Preprocessings in den Eingangsdaten befinden können, sind während der Ausgleichung iterativ zu eliminieren.

Nach der Ausgleichung liegen die kartesischen Koordinaten der Mittelpunkte der Kugeln aus den Messungen in Lage 1 und 2 als diskrete Punkte vor, die dann in Polarkoordinaten  $\alpha_I, \zeta_I, s_I$  und  $\alpha_{II}, \zeta_{II}, s_{II}$  umgerechnet werden.

Im nächsten Schritt sind die Mittelwerte

$$\zeta_i = \frac{\zeta_{I_i} + \zeta_{II_i}}{2} \quad \text{und} \quad s_i = \frac{s_{I_i} + s_{II_i}}{2} \quad (9)$$

und der jeweilige Gesamteinfluss der Achsenfehler auf eine Drehkreisrichtung aus

$$f_i = \frac{\alpha_{II_i} - \alpha_{I_i}}{2} \quad (10)$$

zu berechnen. Setzt man diese Werte jeweils in (4) ein, erhält man unter Verwendung von  $n > 3$  Zielpunkten ein überbestimmtes nichtlineares Gleichungssystem zur Bestimmung der Unbekannten  $i, c$  und  $e$ .

Führt man die Kippwinkel  $\zeta$  und die Strecken  $s$  als feste Parameter ein, siehe Neitzel (2006a), und verwendet unter der Annahme kleiner Winkel die Näherung

$$\tan f_{a_i} \approx f_{a_i} \quad , \quad (11)$$

erhält man mit den Substitutionen

$$a = \cos i \tan c \quad \text{und} \quad b = \sin i \quad (12)$$

die *linearen* Beobachtungsgleichungen

$$\begin{aligned} f_1 + v_{f_1} &= \frac{1}{\sin \zeta_1} a + \frac{1}{\tan \zeta_1} b + \frac{1}{s_1 \sin \zeta_1} e \\ &\quad \vdots \\ f_n + v_{f_n} &= \frac{1}{\sin \zeta_n} a + \frac{1}{\tan \zeta_n} b + \frac{1}{s_n \sin \zeta_n} e \end{aligned} \quad , \quad (13)$$

aus denen die Schätzwerte für die Unbekannten  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$  und  $\hat{e}$  mit Hilfe einer vermittelnden Ausgleichung berechnet werden können. Die Lösung dieser Ausgleichungsaufgabe ist in Neitzel (2006a) beschrieben.



Die Schätzwerte für den Kipp- und den Zielachsenfehler erhält man unter Verwendung von (12) aus

$$\hat{i} = \arcsin \hat{b} \quad \text{und} \quad \hat{c} = \arctan \left( \frac{\hat{a}}{\cos \hat{i}} \right). \quad (14)$$

Nach der Ausgleichung können die Parameter mit Hilfe eines  $t$ -Tests, siehe z.B. Niemeier (2002, S. 66 ff.), auf ihre Signifikanz überprüft werden. Ergibt dieser Test, dass z.B. der Wert  $\hat{e}$  nicht signifikant ist, kann das funktionale Modell vereinfacht werden. Ein funktionales Modell, in dem nur der Ziel- und der Kippachsenfehler berücksichtigt werden, ist in Neitzel (2006b) beschrieben.

Ein numerisches Beispiel und Hinweise zu einem möglichst günstigen Messaufbau, der aus sechs bis acht Zielen mit möglichst steilen Visuren nach „oben“ und nach „unten“ bestehen soll, sind in Neitzel (2006a) zu finden.

Die Vorteile des in diesem Abschnitt vorgestellten Verfahrens sind:

- einfacher Messaufbau,
- einfache funktionale Zusammenhänge, keine spezielle Software erforderlich,
- statistische Tests können angewendet werden.

Folgende Nachteile können angeführt werden:

- diskrete Punkte erforderlich,
- sorgfältiges Preprocessing (Elimination von Fehlpixeln, Berechnung der Mittelpunkte der Zielpunkte) erforderlich,
- geringere Redundanz als bei dem in Abschnitt 5 vorgestellten Verfahren.

## 7 Korrektur der Messwerte

Die Frage, ob die Messwerte um den Einfluss der ermittelten Achsenfehler korrigiert werden sollen, kann durch eine numerische Abschätzung beantwortet werden. Hat die Untersuchung eines Laserscanners z.B. die Werte  $\hat{c} = -37.80$  mgon,  $\hat{i} = -30.17$  mgon und  $\hat{e} = 1.17$  mm ergeben, siehe Neitzel (2006a), können die Einflüsse dieser Fehler auf die Drehkreisrichtungen und die Kippwinkel in Abhängigkeit von der Steilheit der Visur berechnet werden. Unter Verwendung einer Zielweite von z.B. 15 m können dann die in Abb. 6 dargestellten Lageabweichungen  $\Delta l_\alpha$  aufgrund verfälschter Drehkreisrichtungen und die Lageabweichungen  $\Delta l_\zeta$  aufgrund verfälschter Kippwinkel berechnet werden.

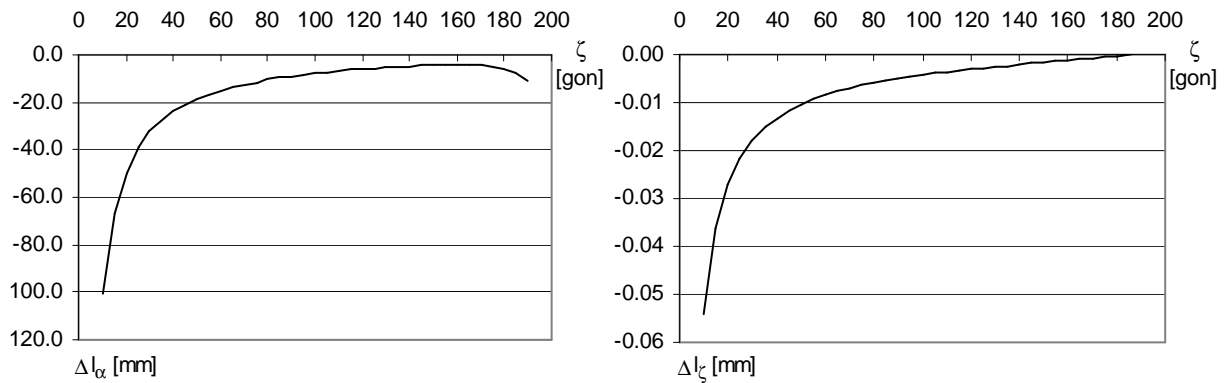


Abb. 6: Lageabweichungen  $\Delta l_\alpha$  und  $\Delta l_\zeta$  aufgrund der Achsenfehler

Es ist zu erkennen, dass die Achsenfehler in diesem Beispiel bei steilen Visuren Lageabweichungen  $\Delta l_\alpha$  von mehreren Zentimetern verursachen. Der Einfluss der Achsenfehler auf die Kippwinkel ist deutlich geringer, so dass die Lageabweichungen  $\Delta l_\zeta$  auch bei sehr steilen Visuren unterhalb eines Zehntelmillimeters liegen. Auf die Korrektur von Kippwinkeln aufgrund von Achsenfehlern kann in der Praxis verzichtet werden.

Die Korrektur der Messwerte um den Einfluss der Achsenfehler erfolgt derart, dass die kartesischen Koordinaten der gesamten Punktwolke aus einem Scan in Lage 1 zunächst in Polarkoordinaten umgerechnet werden. Dann kann der Einfluss der Achsenfehler für jede Drehkreisrichtung jeweils mit (4) berechnet werden. Die gesuchten Kugelkoordinaten  $\lambda$  und  $\vartheta$  erhält man aus (5) und (6), danach erfolgt die Umrechnung in kartesische Koordinaten.

## 8 Untersuchung des Taumelfehlers der Drehachse

Beim terrestrischen Laserscanning ist es grundsätzlich nicht erforderlich, dass die Drehachse des Instruments in Zenitrichtung ausgerichtet ist, da die Punktwolke mit Hilfe von Passpunkten in ein übergeordnetes Koordinatensystem transformiert wird. Von großer Wichtigkeit ist aber hingegen, dass die Drehachse während der gesamten Messung eine stabile Lage im Raum beibehält, damit sich die Punktwolke auf ein einheitliches lokales Koordinatensystem bezieht.

In Schulz und Ingensand (2004) wird gezeigt, dass diese Forderung beim Laser-scanner Imager 5003 der Firma Zoller + Fröhlich nicht erfüllt ist und das Gerät somit einen Taumelfehler der Drehachse aufweist. Für diesen Fehler findet man in Matthias (1961, S. 51) folgende Definition:

„Unter dem Taumelfehler der Drehachse ist [...] die Tatsache zu verstehen, dass beim Drehen der Alhidade die Stehachse ihre Lage im Raum nicht in aller strenge beibehält, sondern dass diese um eine Mittellage taumelt [...]“.

Weiter wird ausgeführt, dass die Ursachen für diesen Fehler innerhalb des Gerätes (z.B. mechanische Eigenschaften der Achsen) und außerhalb des Gerätes (z.B. Einsinken der Stativschuhe) liegen können.

Der Taumelfehler hat zur Folge, dass sich die Drehkreisrichtungen und Kippwinkel einer Punktwolke nicht auf ein einheitliches lokales Koordinatensystem beziehen. Der Benutzer erhält somit fehlerhafte Koordinaten

$$\mathbf{X}_{t_i} = \begin{bmatrix} x_{t_i} & y_{t_i} & z_{t_i} \end{bmatrix}^T = f(\alpha_{t_i}, \zeta_{t_i}, s_i) \quad (15)$$

als Funktion der Strecken  $s$  und der verfälschten Werte  $\alpha_t$  und  $\zeta_t$ . Zur Untersuchung des Taumelfehlers wurde ein Neigungssensor (Kern Nivel 20) auf einen Laserscanner vom Typ Imager 5003 aufgesetzt, siehe Abb. 7.

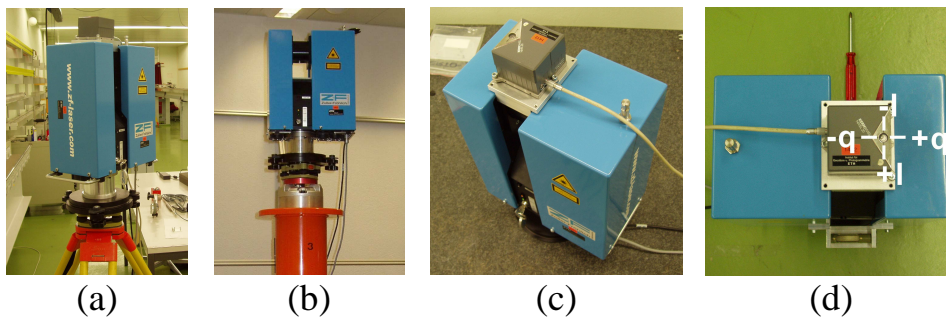


Abb. 7: Laserscanner mit Neigungssensor auf Holzstativ (a), Stahlpfeiler (b), Granitplatte (c) und Koordinatensystem der Neigungsmessung (d)

Danach wurden die Drehkreisrichtungen  $A = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, \dots, 360^\circ$  in mehreren Umläufen angefahren und jeweils die Neigungskomponenten  $l$  (längs, in Richtung des Messstrahls) und  $q$  (quer, senkrecht zum Messstrahl) in dem in Abb. 7 (d) dargestellten Koordinatensystem gemessen. Für die Neigungskomponenten können die funktionalen Zusammenhänge

$$\tan l_i = \tan \vartheta_{Zenit} \cos \alpha_{Zenit_i} \quad \text{und} \quad \tan q_i = \tan \vartheta_{Zenit} \sin \alpha_{Zenit_i} \quad (16)$$

angegeben werden, siehe Stahlberg (1996), wobei mit  $\vartheta_{Zenit}$  der Winkel zwischen der Drehachse und der Richtung zum Zenit und mit  $\alpha_{Zenit}$  die Drehkreisrichtung der Projektion des Zenitvektors in die Drehkreisebene bezeichnet wird.

Unter der Annahme, dass es sich bei den Neigungskomponenten um kleine Winkel handelt, können die Näherungsformeln

$$l_i = \tan \vartheta_{Zenit} \cos \alpha_{Zenit_i} \quad \text{und} \quad q_i = \tan \vartheta_{Zenit} \sin \alpha_{Zenit_i} \quad (17)$$

angegeben werden. Unter der *Annahme einer stabilen Drehachse* ist  $\vartheta_{Zenit}$  eine Konstante, so dass die Substitution

$$C = \tan \vartheta_{Zenit} \quad (18)$$

eingeführt werden kann. Damit ergibt sich (17) zu

$$l_i = C \cos \alpha_{Zenit_i} \quad \text{und} \quad q_i = C \sin \alpha_{Zenit_i} \quad . \quad (19)$$

Zerlegt man  $\alpha_{Zenit}$  in

$$\alpha_{Zenit_i} = \phi_0 + A_i \quad , \quad (20)$$

wobei mit  $\phi_0$  die Anfangsphase und mit  $A$  die Drehkreisrichtungen der Neigungsmessung bezeichnet sind, erhält man

$$l_i = C \cos(\phi_0 + A_i) = C \cos \phi_0 \cos A_i - C \sin \phi_0 \sin A_i \quad , \quad (21)$$

$$q_i = C \sin(\phi_0 + A_i) = C \sin \phi_0 \cos A_i + C \cos \phi_0 \sin A_i \quad . \quad (22)$$

Mit den Substitutionen

$$a = C \cos \phi_0 \quad \text{und} \quad b = C \sin \phi_0 \quad (23)$$

ergibt sich

$$l_i = a \cos A_i - b \sin A_i \quad \text{und} \quad q_i = a \sin A_i + b \cos A_i \quad . \quad (24)$$

Unter Berücksichtigung einer Nullpunktkorrektur  $k_l$  für die Neigungsmessung in Richtung der Visurlinie und einer Korrektur  $k_q$  für die Neigungsmessung senkrecht zur Visurlinie erhält man

$$l_i + k_l = a \cos A_i - b \sin A_i \quad \text{und} \quad q_i + k_q = a \sin A_i + b \cos A_i \quad . \quad (25)$$

Unter Verwendung dieser funktionalen Zusammenhänge und der Drehkreisrichtungen  $A$  als feste Parameter, können mit

$$\begin{aligned}
l_1 + v_{l_1} &= a \cos A_1 - b \sin A_1 - k_l \\
&\vdots \\
l_n + v_{l_n} &= a \cos A_n - b \sin A_n - k_l \\
q_1 + v_{q_1} &= a \sin A_1 + b \cos A_1 - k_q \\
&\vdots \\
q_n + v_{q_n} &= a \sin A_n + b \cos A_n - k_q
\end{aligned} \tag{26}$$

die linearen Beobachtungsgleichungen zur Berechnung der Schätzwerte  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$ ,  $\hat{k}_l$  und  $\hat{k}_q$  mit Hilfe einer vermittelnden Ausgleichung aufgestellt werden.

Ist ein Taumelfehler vorhanden, handelt es sich in Bezug auf die Messwerte  $l$  und  $q$  um eine Ausgleichung unter Verwendung eines unvollständigen Modells, da in (18) die Annahme einer stabilen Drehachse getroffen wurde und das Tauseln der Drehachse um die stabile Mittellage nicht in das funktionale Modell aufgenommen wurde. Ein Taumelfehler ist somit nach der Ausgleichung an signifikanten Residuen zu erkennen.

In der ersten Untersuchung wurde der Scanner mit einem Dreifuß auf ein Holzstativ aufgesetzt, siehe Abb. 7 (a), die gemessenen Neigungskomponenten sind in Abb. 8 dargestellt. Da die Neigungsmessungen  $l$  und  $q$  nicht das Bild einer sinusförmigen Schwingung aufweisen, ist bereits zu erkennen, dass der untersuchte Scanner mit einem Taumelfehler der Drehachse behaftet ist.

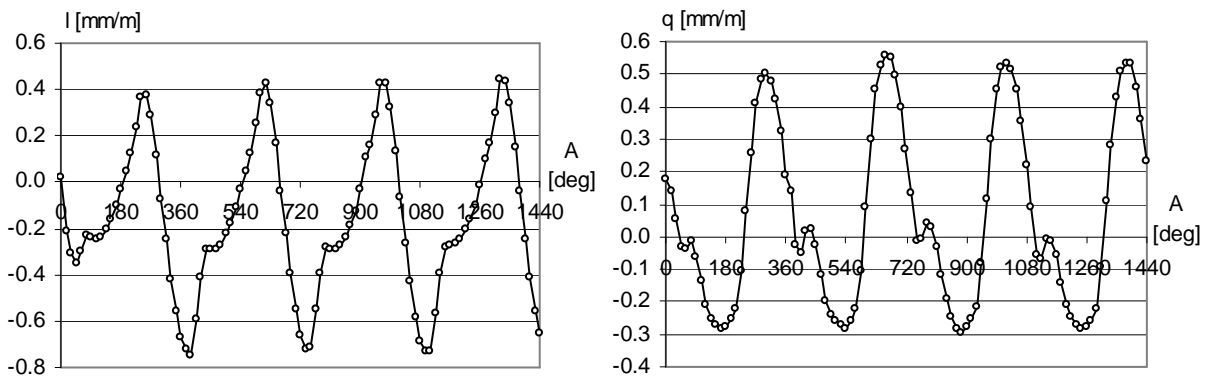


Abb. 8: Neigungskomponenten  $l$  und  $q$  der Messungen auf Holzstativ

Verwendet man die Werte  $l$  und  $q$  als Beobachtungen für eine Ausgleichung mit den Beobachtungsgleichungen (26), erhält man die in Abb. 9 dargestellten Residuen  $v_l$  und  $v_q$ . Die Residuen sind signifikant und weisen einen systematischen Verlauf auf, so dass diese als Taumelfehler interpretiert werden können.

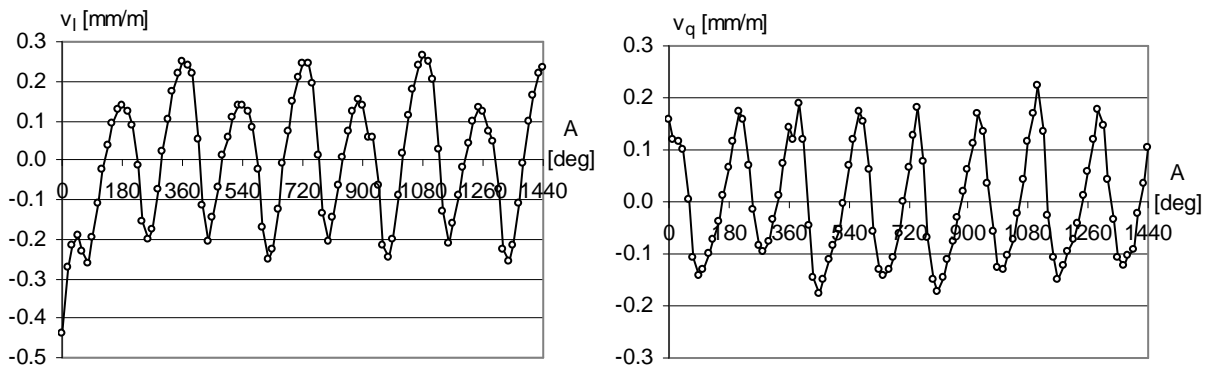


Abb. 9: Residuen  $v_l$  und  $v_q$  der Messungen auf Holzstativ

Um festzustellen, ob die Ursachen für den Taumelfehler innerhalb oder außerhalb des Gerätes liegen, wurden weitere Neigungsmessungen durchgeführt, bei denen der Scanner auf einen Stahlpfeiler, siehe Abb. 7 (b), und danach auf einen Eisentisch mit Granitplatte, siehe Abb. 7 (c), aufgesetzt wurde. Die Residuen nach der Ausgleichung sind in Abb. 10 und Abb. 11 dargestellt.

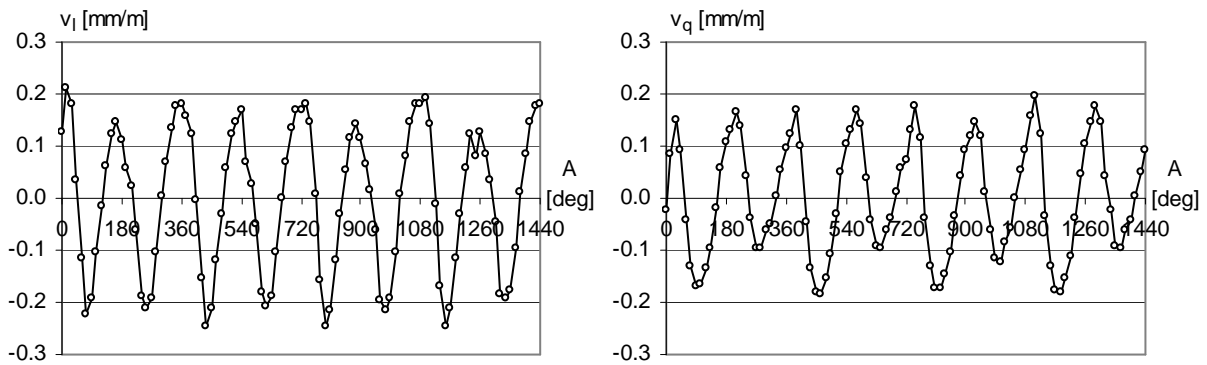


Abb. 10: Residuen  $v_l$  und  $v_q$  der Messungen auf Stahlpfeiler

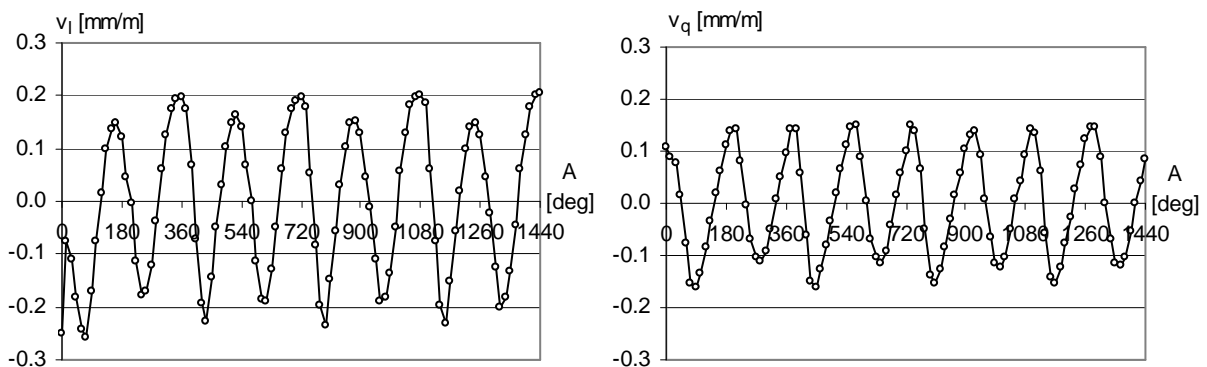


Abb. 11: Residuen  $v_l$  und  $v_q$  der Messungen auf Granitplatte

Sowohl auf dem Holzstativ als auch auf dem als stabil anzusehenden Stahlpfeiler und dem stabilen Eisentisch mit Granitplatte ist ein Taumelfehler anhand signifikanter Residuen klar zu erkennen. Die ähnlichen Verläufe der Residuenkurven jeweils für  $v_l$  und  $v_q$  zeigen, dass der Hauptanteil des Taumelfehlers geräteintern bedingt ist; geringfügige Unterschiede in den jeweiligen Residuenverläufen deuten auf einen geringen Einfluss des verwendeten Instrumentenuntersatzes hin.

Ob es ratsam ist, den Taumelfehler zu berücksichtigen, kann wieder numerisch abgeschätzt werden. Dazu wird ein Wert von  $v_q = 0.2 \text{ mm/m} = 0.0127 \text{ gon}$  betrachtet. Die Verfälschung der Drehkreisrichtungen aufgrund der Neigungskomponente des Taumelfehlers  $v_q$  senkrecht zur Visurlinie kann mit

$$\Delta\alpha = v_q \cot \zeta \quad (27)$$

angegeben werden, vergleiche Deumlich und Staiger (2002, S. 210). Unter Annahme einer Zielweite von 15 m ergeben sich die in Abb. 12 dargestellten Lageabweichungen  $\Delta l_\alpha$  die bereits bei Visuren mit Kippwinkeln  $\zeta < 80 \text{ gon}$  bzw.  $\zeta > 120 \text{ gon}$  einen Betrag von mehr als 1 mm aufweisen.

Die Verfälschung der Kippwinkel ist mit

$$\Delta\zeta = v_l \quad (28)$$

jeweils genau so groß wie die entsprechende Neigungskomponente des Taumelfehlers  $v_l$  in Richtung der Visurlinie. Bei einem Wert von  $v_l = 0.2 \text{ mm/m} = 0.0127 \text{ gon}$  und einer Zielweite von 15 m ergibt sich eine Lageabweichung von  $\Delta l_\zeta = 3 \text{ mm}$ .

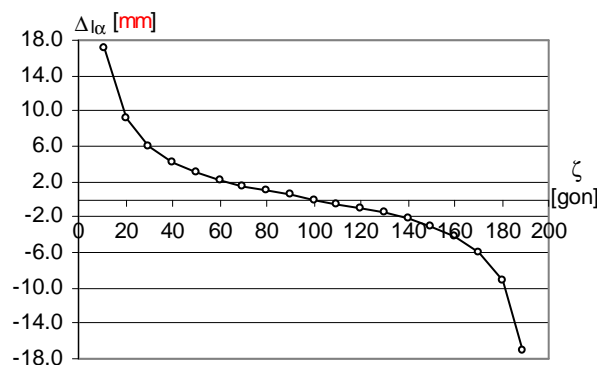


Abb. 12: Lageabweichung  $\Delta l_\alpha$  aufgrund der Neigungskomponente  $v_q$

Um die Reproduzierbarkeit des Taumelfehlers unter realen Messbedingungen zu untersuchen, wurde das Holzstativ mit veränderter Instrumentenhöhe neu aufgebaut und die Neigungsmessungen wurden erneut durchgeführt. Die ermittelten Neigungen sind in Abb. 13 dargestellt.

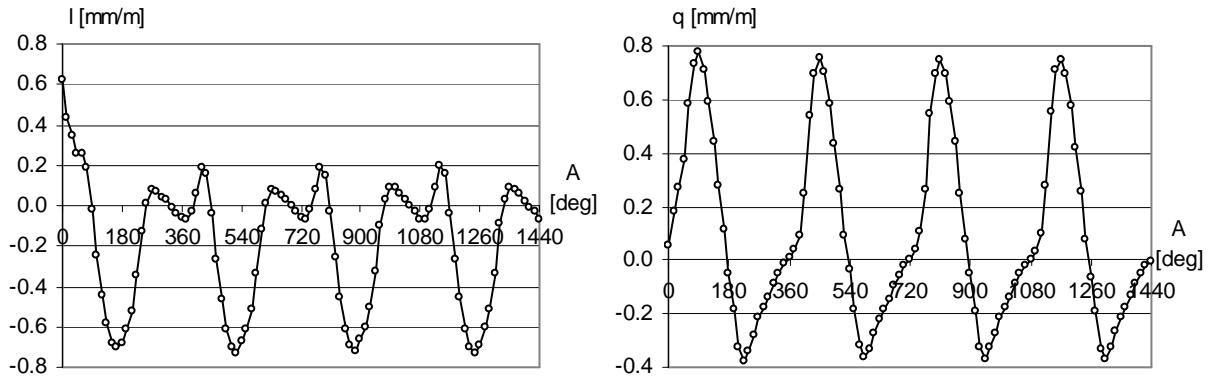


Abb. 13: Neigungskomponenten  $l$  und  $q$  der Messungen auf Holzstativ

Die Residuen nach der Ausgleichung sind in Abb. 14 in schwarz dargestellt, zudem sind in dieser Abbildung die Residuen der ersten Untersuchung auf dem Holzstativ, vergleiche Abb. 9, dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Taumelfehler unter Verwendung derselben Kombination aus Holzstativ und Dreifuß in gewissen Grenzen reproduzierbar ist und somit eine Modellierung dieses Fehlers sinnvoll ist.

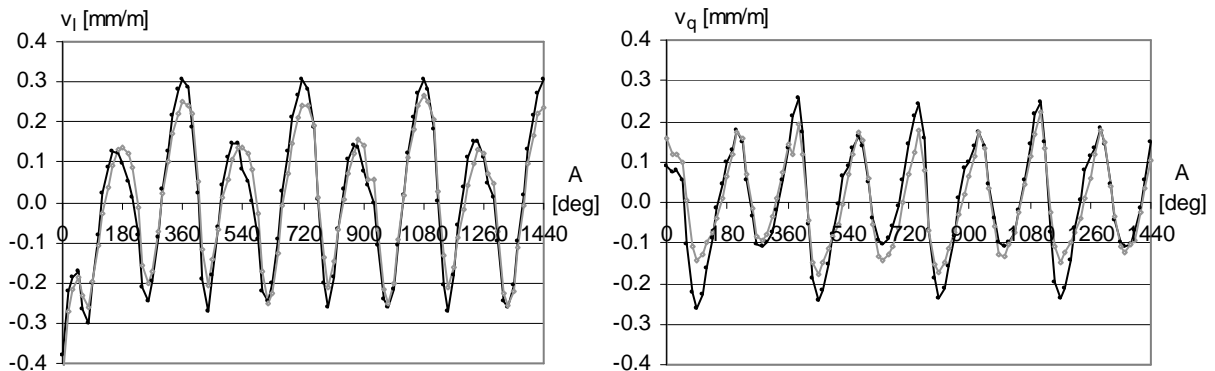


Abb. 14: Residuen  $v_l$  und  $v_q$  der ersten Messungen (grau) und der zweiten Messungen (schwarz) auf Holzstativ

Die funktionale Beschreibung des Taumelfehlers kann durch ein Modell aus überlagerten harmonischen Schwingungen erfolgen. Unter Verwendung von Sinusschwingungen

$$v_i = C_i \sin(\phi_0 + f_i \cdot A_i) = C_i \sin \phi_0 \cos(f_i \cdot A_i) + C_i \cos \phi_0 \sin(f_i \cdot A_i) . \quad (29)$$



mit den Substitutionen

$$a_l = C_l \cos \phi_0 \quad \text{und} \quad b_l = C_l \sin \phi_0 \quad (30)$$

und den Residuen  $v_l$  als Beobachtungen, können mit

$$\begin{aligned} v_{l_1} + v_{v_{l_1}} &= \sum_{j=1}^{M_l} a_{l_j} \sin(f_{l_j} \cdot A_1) + \sum_{j=1}^{M_l} b_{l_j} \cos(f_{l_j} \cdot A_1) \\ &\vdots \\ v_{l_n} + v_{v_{l_n}} &= \sum_{j=1}^{M_l} a_{l_j} \sin(f_{l_j} \cdot A_n) + \sum_{j=1}^{M_l} b_{l_j} \cos(f_{l_j} \cdot A_n) \end{aligned} \quad (31)$$

die nichtlinearen Beobachtungsgleichung einer vermittelnden Ausgleichung zur Bestimmung der Schätzwerte für die Hilfsgrößen  $\hat{a}_l$ ,  $\hat{b}_l$  und die Frequenzen  $\hat{f}_l$  aufgestellt werden, wobei mit  $M_l$  [...] die Anzahl der gefundenen Frequenzen bezeichnet ist. Die Anzahl der erforderlichen Frequenzen und die Näherungswerte für die Unbekannten können mit Hilfe einer heuristischen Frequenzanalyse ermittelt werden, die in Mautz (2001) beschrieben ist. Die Schätzwerte für die Amplituden  $\hat{C}_l$  und die Anfangsphasen  $\hat{\phi}_0$  können aus (30) mit

$$\hat{C}_{l_j} = \sqrt{\hat{a}_{l_j}^2 + \hat{b}_{l_j}^2} \quad \text{und} \quad \hat{\phi}_{0_j} = \arctan(\hat{b}_{l_j} / \hat{a}_{l_j}) \quad (32)$$

berechnet werden. Analog dazu kann die Bestimmung einer ausgleichenden Funktion für die Komponente des Taumelfehlers quer zur Visurlinie unter Verwendung der Beobachtungsgleichungen

$$\begin{aligned} v_{q_1} + v_{v_{q_1}} &= \sum_{j=1}^{M_q} a_{q_j} \sin(f_{q_j} \cdot A_1) + \sum_{j=1}^{M_q} b_{q_j} \cos(f_{q_j} \cdot A_1) \\ &\vdots \\ v_{q_n} + v_{v_{q_n}} &= \sum_{j=1}^{M_q} a_{q_j} \sin(f_{q_j} \cdot A_n) + \sum_{j=1}^{M_q} b_{q_j} \cos(f_{q_j} \cdot A_n) \end{aligned} \quad (33)$$

erfolgen. Die Ergebnisse sind in Tab. 1 zusammengestellt, wobei anzumerken ist, dass bei den Residuen  $v_l$  die Werte, die bei Drehkreisrichtungen von  $A < 75^\circ$  ermittelt wurden, aufgrund ihres untypischen Verhaltens nicht berücksichtigt wurden. Für diesen Bereich ist eine weitergehende Untersuchung erforderlich.

Tab. 1: Schwingungsparameter des Taumelfehlers

Schwingungsparameter	Taumelfehler in Zielrichtung	Taumelfehler quer zur Zielrichtung
$f_1$	2.004	1.998
$C_1$	0.201 mm/m	0.160 mm/m
$\phi_{01}$	122.607°	55.334°
$f_2$	0.991	4.023
$C_2$	0.063 mm/m	0.035 mm/m
$\phi_{02}$	90.983°	289.523°
$f_3$	4.004	0.979
$C_3$	0.039 mm/m	0.033 mm/m
$\phi_{03}$	7.052°	187.152°
$f_4$	3.007	2.970
$C_4$	0.023 mm/m	0.028 mm/m
$\phi_{04}$	95.068°	65.882°
$f_5$	--	6.050
$C_5$	--	0.012 mm/m
$\phi_{05}$	--	167.340°

Die mit den Parametern aus Tab. 1 berechneten Funktionsverläufe sind in Abb. 15 zusammen mit den Residuen der beiden Neigungsmessungen auf dem Holzstativ dargestellt. Es ist zu erkennen, dass es gelingt, einen großen Anteil des Taumelfehlers zu modellieren.

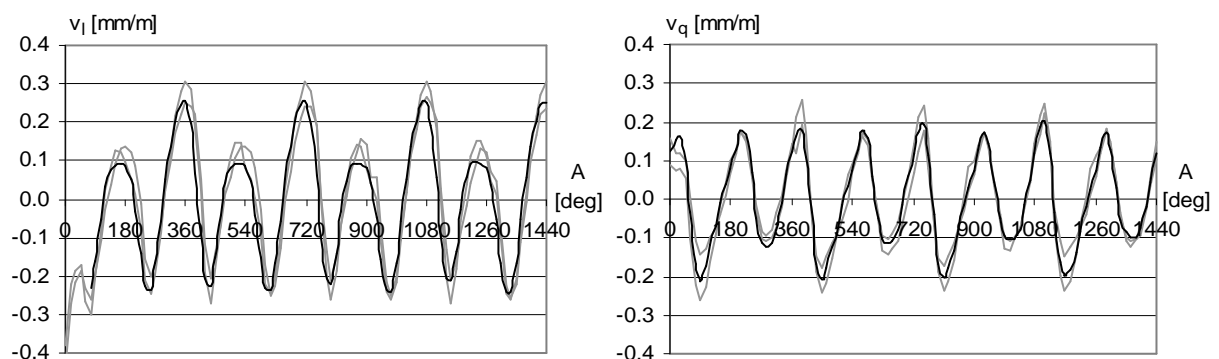


Abb. 15: Residuen  $v_l$  und  $v_q$  der Messungen auf Holzstativ (grau) und ausgleichende Funktionen (schwarz)

Mit den Parametern aus Tab. 1 und den funktionalen Modellen aus (31) und (33) können für jede Stellung des Oberbaus des Scanners die Neigungskomponenten  $\bar{v}_l$  und  $\bar{v}_q$  des Taumelfehlers berechnet und die Drehkreisrichtungen und Kippwinkel unter Berücksichtigung der Vorzeichen aus Abb. 7 (d) mit

$$\alpha_i = \alpha_{t_i} - \bar{v}_{q_i} \cot \zeta_i \quad \text{und} \quad \zeta_i = \zeta_{t_i} + \bar{v}_{l_i} \quad (34)$$

entsprechend korrigiert werden.

## 9 Schlussbetrachtung

Für terrestrische Laserscanner mit tachymetrischem Messprinzip, mit denen eine Messung in zwei Lagen möglich ist, wurde ein Verfahren vorgestellt, mit dem der Benutzer die Achsenfehler ohne größeren Aufwand bestimmen kann. Um die Anbringung der Achsenfehler zu erleichtern, wäre es wünschenswert, wenn die Eingabe dieser Fehler in der Gerätesoftware möglich wäre, so dass der Anwender direkt korrigierte Koordinaten erhält. Gegenstand weiterer Untersuchungen sollte die Überprüfung der Zeitabhängigkeit der Achsenfehler aufgrund der Erwärmung elektronischer Bauteile im Gerät und die Überprüfung des Langzeitverhaltens der Achsenfehler über mehrere Monate sein.

Des Weiteren wurde am Beispiel des Scanners Imager 5003 der Firma Zoller + Fröhlich gezeigt, wie ein Instrument auf das Vorhandensein eines Taumelfehlers der Drehachse untersucht werden kann. Es konnte gezeigt werden, dass dieser Fehler vorhanden ist und für die untersuchte Kombination aus Holzstativ, Dreifuß und Instrument reproduzierbar ist. Daraufhin wurde eine funktionale Beschreibung des Taumelfehlers mit Hilfe überlagerter Sinusschwingungen erarbeitet, mit der sich dieser Fehler weitestgehend beschreiben lässt. Gegenstand weiterer Untersuchungen sollte die Überprüfung der Temperaturabhängigkeit und des Langzeitverhaltens des Taumelfehlers sein, zudem ist zu klären, ob sich dieser Fehler bei kontinuierlicher Drehung des Oberbaus während eines Scanvorgangs genau so verhält, wie in der vorgestellten Untersuchung.

Danksagung: Die Untersuchung des Laserscanners Imager 5003 wurde an der ETH Zürich durchgeführt. Der Autor möchte sich bei Prof. H. Ingensand für die Einladung zum Forschungsaufenthalt an der ETH Zürich und bei Dipl.-Ing. T. Schulz für die Unterstützung bei den Untersuchungen bedanken.

## Literatur

- Deumlich, F. und Staiger, R. (2002): Instrumentenkunde der Vermessungstechnik. 9. Auflage. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg
- Heister, H. (2006): Zur standardisierten Überprüfung von terrestrischen Laserscannern (TLS). In: Terrestrisches Laserscanning (TLS 2006), Beiträge zum 72. DVW-Seminar, 9.-10. November 2006, Fulda, DVW-Schriftenreihe
- Matthias, H.: Umfassende Behandlung der Theodolitachsenfehler auf vektoriel-  
ler Grundlage unter spezieller Berücksichtigung der Taumelfehler der Kipp-  
achse. Mitteilungen aus dem Geodätischen Institut der ETH Zürich, Nr. 10,  
Verlag Leemann, Zürich, 1961
- Mautz, R. (2001): Zur Lösung nichtlinearer Ausgleichungsprobleme bei der Be-  
stimmung von Frequenzen in Zeitreihen. Deutsche Geodätische Kommissi-  
on, Reihe C, Nr. 532, München
- Neitzel, F. (2006a): Gemeinsame Bestimmung von Ziel-, Kippachsenfehler und  
Exzentrizität der Zielachse am Beispiel des Laserscanners Zoller + Fröhlich  
Imager 5003. In: Luhmann/Müller (Hrsg.), Photogrammetrie - Laserscanning  
- Optische 3D-Messtechnik, Beiträge der Oldenburger 3D-Tage 2006. Verlag  
Herbert Wichmann, 2006
- Neitzel, F. (2006b): Bestimmung von Ziel- und Kippachsenfehler polarer Mess-  
systeme aus Minimalkonfigurationen und überbestimmten Konfigurationen.  
ZfV 131, Nr. 3, Seite 132-140
- Niemeier, W. (2002): Ausgleichungsrechnung. Walter de Gruyter, Berlin, New  
York
- Rietdorf, A. (2005): Automatisierte Auswertung und Kalibrierung von scannen-  
den Messsystemen mit tachymetrischem Messprinzip. Deutsche Geodätische  
Kommission, Reihe C, Nr. 582, München
- Schulz, T. und Ingensand, H.: Terrestrial Laser Scanning - Investigations and  
Applications for High Precision Scanning. In: Proceedings of the FIG Work-  
ing Week 2004, Athens, Greece, May 22-27, 2004
- Stahlberg, C. (1996): Transformation von Raumrichtungen in die Zenitbasis.  
Umdruck zur Vorlesung Vermessungskunde I an der Technischen Universität  
Berlin, unveröffentlicht
- Stahlberg, C. (1997): Eine vektorielle Darstellung des Einflusses von Ziel- und  
Kippachsenfehler auf die Winkelmessung. ZfV 122, Nr. 5, S. 225-235