

# UNTERSUCHUNGEN ZUR FORMENERKENNUNG DURCH AUSGLEICHUNG NACH MAXIMALER KORRELATION

F. Neitzel

Institut für Geodäsie und Geoinformationstechnik  
Technische Universität Berlin

**Zusammenfassung:** Bei nahezu allen geodätischen Aufgabenstellungen werden die anfallenden Berechnungen und die Datenanalyse mit Hilfe von Ausgleichsalgorithmen mit dem Ziel  $\sum pvv \rightarrow \min.$  durchgeführt. Wie hinlänglich bekannt, führt diese Vorgehensweise nur dann zu einem sinnvollen Ergebnis, wenn die Modellbildung bis auf die zufälligen Fehler im Datenmaterial vollständig ist. Führt man bei unvollständiger Modellbildung eine Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate durch, können die Unbekannten und die ausgeglichenen Beobachtungen unrealistisch werden. Zudem lassen sich die fehlenden Modellanteile bei der Interpretation der Residuenbilder oftmals nicht erkennen.

Bei unvollständigen Modellen ist es sinnvoll, zunächst eine Ausgleichung nach maximaler Korrelation (Petrovic, 1991) mit dem Ziel den Korrelationskoeffizienten  $r^2(\ell, f(x))$  zu maximieren, durchzuführen. Hierbei handelt es sich um einen Formenvergleich zwischen einer Punktmenge (Beobachtungen) und dem angesetzten funktionalen Modell. Anhand der Residuenbilder einer Ausgleichung nach maximaler Korrelation besteht die Möglichkeit, fehlerhafte Modellanteile zu erkennen.

Diese Vorgehensweise soll anhand der Auswertung eines synthetischen Datensatzes mit fehlerhafter Modellbildung gezeigt werden. Der Datensatz orientiert sich an der Aufgabenstellung „Rekonstruktion von Trassierungselementen“. Bei dieser Aufgabe besteht das Problem Formen zu erkennen, ohne daß man deren genauen Anfangs- und Endpunkt kennt, was zu fehlerhafter Modellbildung führen kann. In dieser Arbeit handelt es sich um die prinzipielle Klärung der Möglichkeit, eine derartige Rekonstruktion mit Hilfe einer Ausgleichung nach maximaler Korrelation durchzuführen. Aus diesem Grund werden nicht alle bei Trassierungsaufgaben vorkommenden Elemente in die Untersuchungen einbezogen.

## 1. Ausgleichung nach maximaler Korrelation

Bei fast allen geodätischen Aufgabenstellungen kann man die Zielgrößen  $x$  nicht direkt bestimmen. Als Eingangswert steht der Beobachtungsvektor  $\ell$  zur Verfügung. Unter der Voraussetzung, daß der funktionale Zusammenhang  $F$  (zwischen  $\ell$  und  $x$ ) vollständig bekannt ist und keine groben und zufälligen Fehler im Datenmaterial vorhanden sind, gilt

$$\ell = F(x). \quad (1)$$

In der Realität stellt sich die Modellbildung jedoch in der Form

$$\ell = \underbrace{(f(x) + s_f)}_{\text{funktionales Modell}} + \underbrace{(g + z)}_{\text{stochastisches Modell}} \quad (2)$$

dar, mit  $f(x)$  funktionales Modell (unvollständig),  $s_f$  systematische Fehler und  $g, z$  grobe bzw. zufällige Fehler.

Die Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit werden mit einem synthetischen Datensatz, der keine groben Fehler enthält, durchgeführt, so daß sich die Modellbildung auf

$$\ell = f(x) + s_f + z \quad (3)$$

reduziert.

Führt man in so einem Falle eine Ausgleichung mit dem Ziel  $\sum pvv \rightarrow \min.$  durch, können die errechneten Modellparameter unrealistisch werden. Zudem ist der fehlende bzw. fehlerhafte Modellanteil aus dem Residuenbild oftmals nicht zu erkennen. Möchte man in den Daten die Formen des unvollständigen Modells identifizieren, so kann man mit der Forderung

$$r^2(\ell, f(x)) \rightarrow \max. \quad (4)$$

zuerst eine Ausgleichung nach maximaler Korrelation durchführen.

Grundlage einer Ausgleichung nach maximaler Korrelation ist das Aufstellen des Korrelationskoeffizienten. Im vorliegenden Fall geschieht dies zwischen einer gegebenen Punktmenge  $P_i(x_i, z_i)$  und einer Funktion  $y_i = f(x_i)$  und man erhält

$$r^2 = \frac{\left( \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(z_i - \bar{z}) \right)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2} \quad \text{mit } \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \text{ und } \bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n}. \quad (5), (6)$$

Die Lösung einer Ausgleichung nach maximaler Korrelation wird folgendermaßen definiert (Petrovic, 1997):

Wenn in einer gegebenen Klasse von reellen Funktionen  $F$  ein Element  $f \in F$  existiert, derart, daß der Korrelationskoeffizient (quadriert)  $r^2$  seinen maximal möglichen Wert bezüglich der Klasse  $F$  annimmt, dann ist die Funktion  $f$  die Lösung eines Ausgleichungsproblems nach maximaler Korrelation.

Diese Ausgleichung hat folgende Eigenschaft:

Ist  $f \in F$  eine Lösung nach maximaler Korrelation und gilt  $c_1 + c_2 f \in F$  mit  $c_1, c_2 \in R$ , dann ist  $c_1 + c_2 f$  ebenfalls eine Lösung, nämlich  $r^2(\ell, c_1 + c_2 f) = r^2(\ell, f)$ .

## 2. Residuenanalyse

Im Falle daß die Lösung nicht eindeutig ist, erhält man für die Residuen ausgehend von

$$\varepsilon = f - \ell \quad (7)$$

durch Einsetzen der Klasse aller Lösungen nach maximaler Korrelation

$$\{f | f = c_1 + c_2 f_0; c_1, c_2 \in R; f_0 \text{ eine Lösung}\} \subseteq F \quad (8)$$

den Ausdruck

$$\varepsilon = c_1 + c_2 f_0 - \ell. \quad (9)$$

Um eine anschaulichere Darstellung zu erhalten, kann man  $f_0$  durch den Ausdruck  $\bar{\ell}$  („ausgeglichene Beobachtungen“) ersetzen und erhält für den Residuenvektor

$$\varepsilon = c_1 + c_2 \bar{\ell} - \ell. \quad (10)$$

Die Residuenbilder gilt es zu interpretieren, um dann eine Lösung auszuwählen. Kriterien für die Auswahl einer Lösung können Annahmen für ein bestimmtes Verhalten von  $\varepsilon$  (z.B. glatter Verlauf, achsparalleler Verlauf) sein.

Darauf folgt die Identifizierung der Form von systematischen Einflüssen. Wenn man in der Lage ist, das fehlerhafte bzw. unvollständige Modell zu korrigieren, kann man im Anschluß daran eine Ausgleichung nach kleinsten Quadraten durchführen.

## 3. Modellbildung für das ausgewählte Beispiel

Das ausgewählte Beispiel besteht aus Geraden und Ellipsen, bei denen die Ellipsenachsen parallel zu den Koordinatenachsen liegen. Des weiteren werden die Ellipsenparameter so gewählt, daß man das Trassierungselement „Kreis“ erhält. Wenn man den Kreis als Spezialfall einer Ellipse betrachtet, lassen sich aufgrund der Struktur der Formeln weitere Untersuchungen (in dieser Arbeit nicht enthalten) durchführen.

Das Aufstellen des Korrelationskoeffizienten (quadriert)  $r^2 = S$  für die Ellipse geschieht durch Einsetzen der Ellipsengleichung  $y = y_m \pm a \sqrt{r^2 - (x - x_m)^2}$  in (5). Vereinfacht man den dabei entstehenden Ausdruck, so ergibt sich

$$S = \frac{\left( \sum_{i=1}^n z_i \sqrt{r^2 - (x_i - x_m)^2} - \bar{z} \sum_{i=1}^n \sqrt{r^2 - (x_i - x_m)^2} \right)^2}{\left( \sum_{i=1}^n (r^2 - (x_i - x_m)^2) - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n \sqrt{r^2 - (x_i - x_m)^2} \right)^2 \right) \left( \sum_{i=1}^n z_i^2 - n \bar{z}^2 \right)} . \quad (11)$$

Man beachte, daß der Korrelationskoeffizient unabhängig von den Parametern  $a$  und  $y_m$  ist.

Für die Gerade ist es nicht sinnvoll einen Korrelationskoeffizienten aufzustellen, da sie keine charakteristischen Formen aufweist. Geometrisch anschaulich bedeutet dies, daß man beliebige Formen durch dehnen oder stauchen in eine Gerade überführen kann.

In einer Ausgleichung nach maximaler Korrelation soll die Lösung derart bestimmt werden, daß der obige Ausdruck (11) maximal wird. Bei einer Funktion von zwei Veränderlichen  $S = f(r, x_m)$  werden durch Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems (12)

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{\partial S}{\partial r} = 0 \\ F_2 &= \frac{\partial S}{\partial x_m} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

die stationären Punkte bestimmt, die dann auf ihre Extremwerteigenschaften zu überprüfen sind. Die Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems erfolgt auf übliche Weise durch Linearisierung und Iteration.

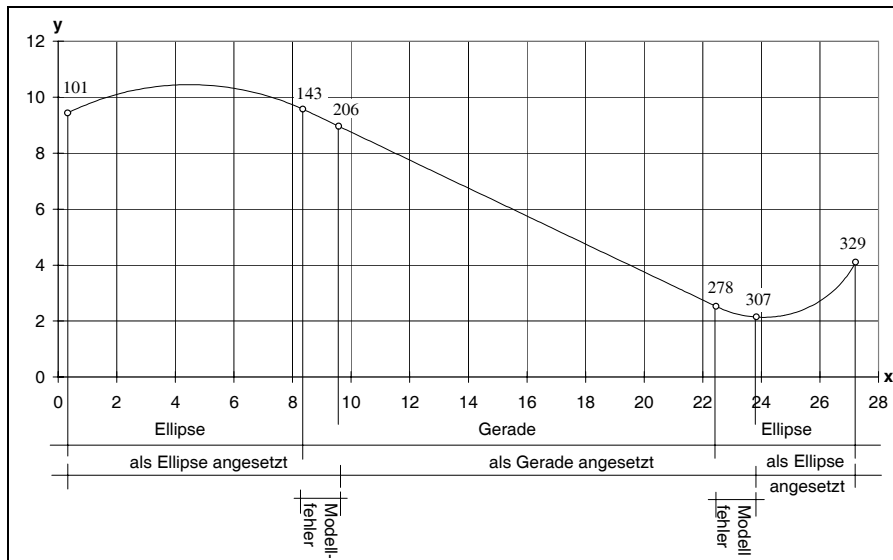
#### 4. Praktische Berechnungen

Grundlage für die numerischen Untersuchungen ist ein synthetischer Datensatz, der keine groben Fehler enthält. Aufgrund von festgelegten Trassierungsparametern wurden diskrete Punkte berechnet, die den stetigen Verlauf einer Trasse bestehend aus einer Geraden und zwei Ellipsen (eigentlich Kreisbögen) beschreiben. Die berechneten Punkte wurden auf drei Stellen nach dem Komma gerundet, was zur Folge hat, daß dadurch kleine zufällige Fehler im Datenmaterial entstehen. Zudem hat der Datensatz die Eigenschaft, daß sich die Trassierungselemente in der Form  $y = f(x)$  darstellen lassen und daß die erste Ableitung stetig ist.

Folgende Trassierungsparameter liegen der Berechnung der Punkte zugrunde:

Bereich von - bis	Element	Mittelpunktkoordinaten		Radius $r$	Faktor $a$	Steigung $m$	Achsenabschnitt $b$
		$x_m$	$y_m$				
101 - 143	Ellipse	4,475	1,450	9,000	1,000 (Kreis)		
143 - 278	Gerade					-0,500	13,750
278 - 329	Ellipse	24,065	5,630	3,500	1,000 (Kreis)		

Nun wird in der Ausgleichung für den Bereich von Punkt 101 bis 206 eine Ellipse angesetzt, d.h. daß das Modell ab Punkt 143 bis Punkt 206 falsch ist. Für den Bereich ab Punkt 206 bis Punkt 307 wird eine Gerade angesetzt, was zur Folge hat, daß das Modell für den Bereich ab Punkt 278 bis 307 falsch ist. Ab Punkt 307 bis zum Ende der Trasse wird richtigerweise eine Ellipse angesetzt. Der Trassenverlauf des Testdatensatzes und die Modellfehler sind in Abb. 1 dargestellt.

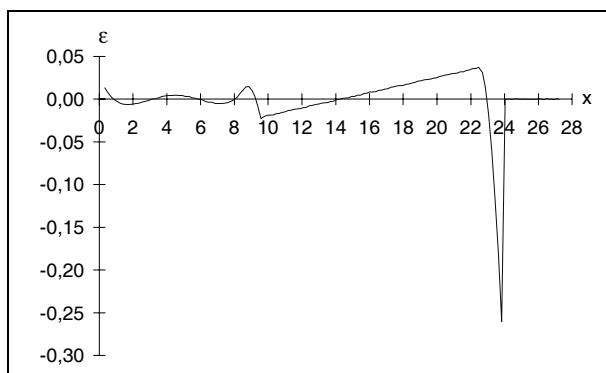


**Abb. 1: Testdatensatz und Modellfehler**

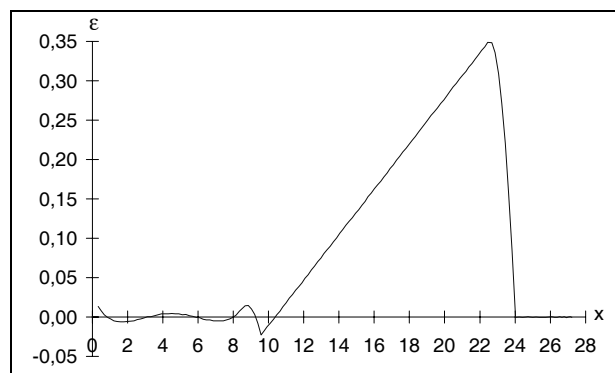
#### 4.1 Ausgleichung des fehlerhaften Modells nach der Methode der kleinsten Quadrate

Führt man mit der oben genannten fehlerhaften Modellbildung eine Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate durch, erhält man ziemlich verfälschte Modellparameter (z.B. für die erste Ellipse  $a = 11.488$ ,  $x_m = 4.477$ ,  $y_m = -1122.149$  und  $r = 98.587$ ) und das Residuenbild (Abb. 2), in dem der Modellfehler im rechten Teil der Trasse deutlich ersichtlich ist, während der Modellfehler im linken Teil nicht mehr zu identifizieren ist. Obwohl ein Modellfehler im rechten Teil des Residuenbildes (Abb.2) deutlich erkennbar ist, liefert die Darstellung keine Information über Art und Größe dieses Fehlers.

Anzumerken ist, daß die Forderung der Stetigkeit in diesem Ausgleichungsansatz nicht formuliert wurde, so daß sich nach der Ausgleichung die Trassierungselemente als „Einzelteile“ ergeben. Um ohne umfangreiche Erweiterungen des Ausgleichungsansatzes einen stetigen Funktionsverlauf zu erhalten, werden nun nicht die Geradenparameter aus der Ausgleichung verwendet, sondern die Gerade wird als Verbindungsgerade zwischen den ausgeglichenen Ellipsen berechnet. Somit werden die Geradenparameter geringfügig verändert und man erhält das Residuenbild (Abb. 3). So hat man einen stetigen Verlauf der Elemente erzwungen. Qualitativ ist das Residuenbild jedoch vergleichbar mit Abb. 2.



**Abb. 2: Residuenbild nach der Ausgleichung nach kleinsten Quadraten**



**Abb. 3: Residuenbild der ausgeglichenen Ellipsen und der Verbindungsgeraden**

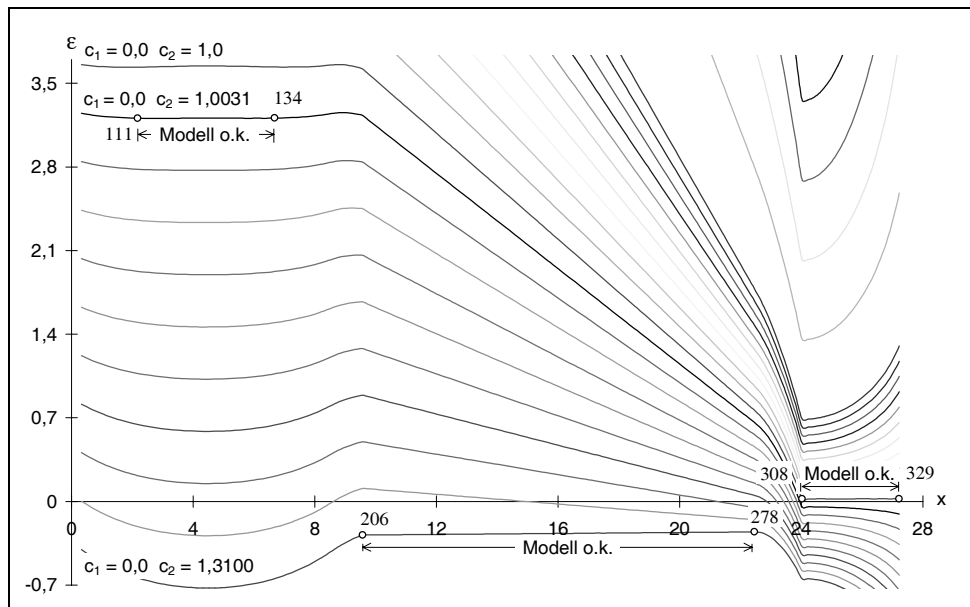
## 4.2 Ausgleichung des fehlerhaften Modells nach maximaler Korrelation

Ausgangspunkt für die Ausgleichung nach maximaler Korrelation ist wieder die am Anfang des Kapitels 4 beschriebene fehlerhafte Modellbildung.

Man erhält für den Bereich von Punkt 101 bis 206 (Modellansatz Ellipse) folgendes Ergebnis:  $r = 98.804$ ,  $x_m = 4.477$  und für den Bereich von Punkt 308 bis 329 (Modellansatz Ellipse):  $r = 3.498$ ,  $x_m = 24.066$ .

Es sei an dieser Stelle noch einmal ausdrücklich erwähnt, daß die Lösung nach maximaler Korrelation unabhängig von  $a$  und  $y_m$  ist. Aus Gründen der Anschaulichkeit werden  $a$  und  $y_m$  so gewählt, daß alle Trassierungselemente in einem gemeinsamen Residuenbild dargestellt werden können. Mit den Parametern  $r$  und  $x_m$  aus der Ausgleichung nach maximaler Korrelation und den frei wählbaren Parametern  $a$  und  $y_m$  können die Funktionswerte  $y = f(\bar{x})$  berechnet werden. Aus (10) kann man nun den Residuenvektor der Klasse aller Lösungen nach maximaler Korrelation erzeugen. In Bereichen, in denen das gewählte Modell zu den Daten paßt, ist ein parallel zur x-Achse verlaufendes Residuenbild zu erwarten.

Das folgende Residuenbild (Abb. 4) enthält eine Auswahl an Lösungen, die bei der Suche von Modellfehlern hilfreich sein können; die jeweiligen Parameter  $c_1$  und  $c_2$  sind an den Graphen abzulesen.



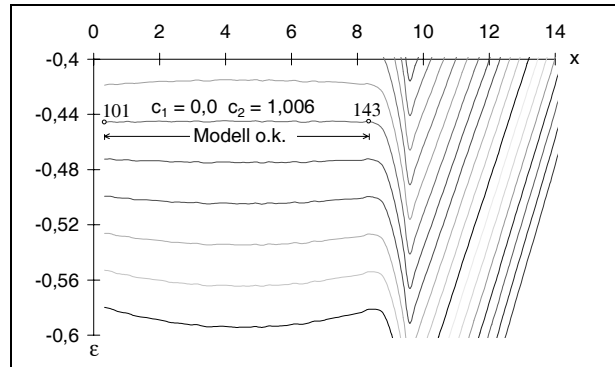
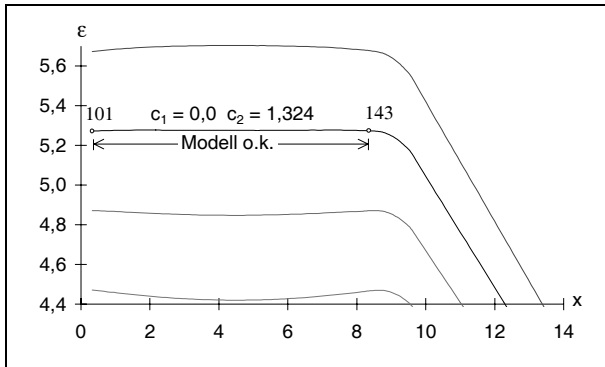
**Abb. 4: Residuenbild nach der ersten Ausgleichung nach maximaler Korrelation**

Anhand des glatten, achsparallelen Verlaufs der Residuenkurve ist zu erkennen, daß die Modellbildung von Punkt 111 bis 134 (Ellipse), von Punkt 206 bis 278 (Gerade) und von Punkt 308 bis 329 (Ellipse) richtig ist. Aus diesen Teilbereichen werden nun für das jeweilige Element neue Modellparameter bestimmt.

Für die zweite Ellipse sind die Parameter aus der zweiten Ausgleichung mit denen aus der ersten identisch. Das bedeutet, daß der Bereich in dem das Modell „Ellipse“ gilt, nicht über den im ersten Iterationsschritt ermittelten Bereich von Punkt 308 bis 329 ausgedehnt werden kann.

Für die erste Ellipse ergeben sich aus dem geänderten Bereich neue Parameter:  $r = 8.395$ ,  $x_m = 4.475$ . Nun werden neue Funktionswerte berechnet. Danach erfolgt analog zum ersten Iterationsschritt die „Variation der Residuen“. In dem Residuenbild (Abb. 5), das nur den Ausschnitt mit der ersten Ellipse enthält, kann man erkennen, daß mit den neuen Parametern der Verlauf der Residuen von Punkt 101 bis 143 glatt und achsparallel ist.

Aus diesem Bereich werden erneut die Ellipsenparameter berechnet und man erhält im dritten Iterationsschritt:  $r = 9.045$ ,  $x_m = 4.475$ . Nach Berechnung der Funktionswerte und „Variation der Residuen“ erhält man Abb. 6, aus der ersichtlich ist, daß der Modellbereich der ersten Ellipse nicht mehr erweitert werden kann.



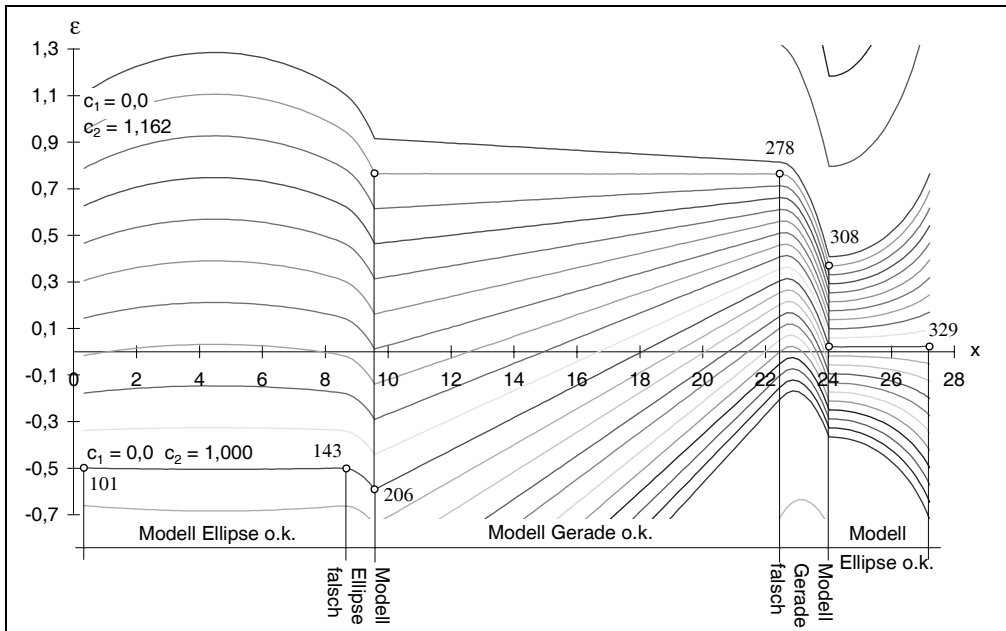
**Abb. 5: Residuenbild nach der zweiten Ausgleichung nach maximaler Korrelation**

**Abb. 6: Residuenbild nach der dritten Ausgleichung nach maximaler Korrelation**

Für den gesamten Trassenverlauf ergibt sich mit den Parametern

		Ellipse 1	Ellipse 2
Radius $r$	(aus Ausgleichung)	9,045	3.498
Koordinate $x_m$	(aus Ausgleichung)	4.475	24.066
Faktor $a$	(frei gewählt)	1,000	1,000
Koordinate $y_m$	(frei gewählt)	0,900	5,650

das Residuenbild in Abb. 7.



**Abb. 7: Residuenbild nach der Ausgleichung nach maximaler Korrelation**

Die mit Hilfe einer Ausgleichung nach maximaler Korrelation gefundenen fehlerhaften Modellbereiche entsprechen genau denen, die - wie am Anfang des Kapitels 4 beschrieben - bewußt in die Modellbildung eingebaut worden sind.

### 4.3 Interpretation und Beseitigung der Modellfehler

Nachdem man die fehlerhaften Modellbereiche aufgedeckt hat, stellt sich die Frage, wie das angesetzte Modell zu verbessern bzw. gegen ein anderes auszutauschen ist.

Für den Residuenverlauf von Punkt 101 bis 143 bzw. von Punkt 278 bis 308 wird jeweils der Mittelwert  $\bar{\varepsilon}$  angesetzt. Die fehlenden Modellanteile  $m_i$  ergeben sich zu

$$m_i = \bar{\varepsilon} - \varepsilon_i \quad \text{für } i = 201 \dots 206, \text{ bzw. } 278 \dots 308 \quad (13)$$

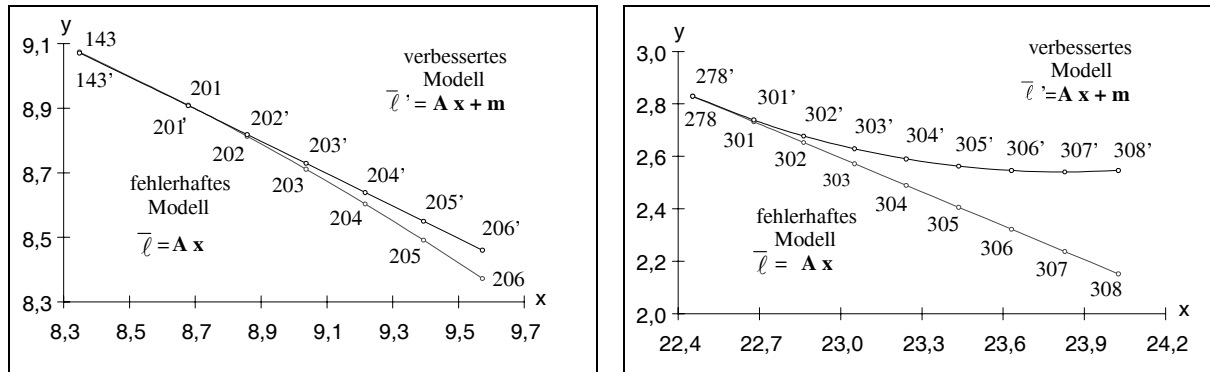
und lassen sich als Vektor der Modellverbesserungen

$$\mathbf{m} = [\bar{\varepsilon} - \varepsilon_i \quad \bar{\varepsilon} - \varepsilon_{i+1} \quad \dots \quad \bar{\varepsilon} - \varepsilon_n]^T \quad (14)$$

darstellen. Somit ergibt sich das verbesserte Modell zu

$$\bar{\ell}' = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{m}. \quad (15)$$

In der graphischen Darstellung (Abb. 8) ist zu erkennen, daß das korrekte Modell für den Bereich von Punkt 143 bis 206 eine Gerade (Punkt 143' bis 206') und für den Bereich von Punkt 278 bis 308 eine Kurve (Punkt 278' bis 308') ist (die Werte  $\bar{\ell}$  und  $\bar{\ell}'$  sind auf der y-Achse aufgetragen), wobei im vorliegenden Fall nur eine Ellipse in Frage kommt.



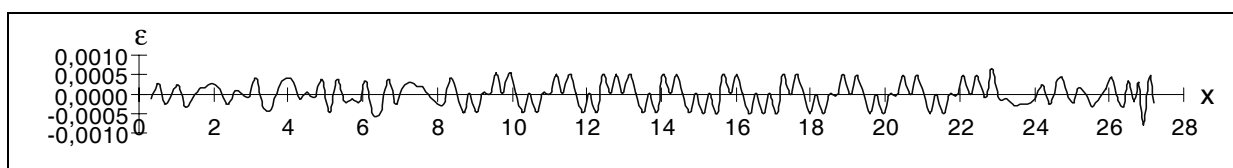
**Abb. 8: Die Modellverbesserungen**

Die mit Hilfe einer Ausgleichung nach maximaler Korrelation gefundenen Modellfehler entsprechen *qualitativ* genau denen, die - wie am Anfang des Kapitels 4 beschrieben - bewußt in die Modellbildung eingebaut worden sind.

Da man nun sowohl den Bereich als auch die Art der Modellfehler kennt, kann man das Modell entsprechend erweitern bzw. verändern, was in diesem Fall zu

Bereich [Punktnummer von - bis]	Element
101 - 143	Ellipse
143 - 278	Gerade
278 - 329	Ellipse

führt und im Anschluß daran die endgültigen Trassierungsparameter mit Hilfe einer Ausgleichung nach kleinsten Quadraten bestimmen. Man erhält für die erste Ellipse:  $a = 1.005$ ,  $x_m = 4.475$ ,  $y_m = 1.355$ ,  $r = 9.045$ , für die Gerade:  $m = -0.500$ ,  $b = 13.750$ , für die zweite Ellipse:  $a = 0.999$ ,  $x_m = 24.066$ ,  $y_m = 5.625$ ,  $r = 3.498$  und damit das Residuenbild in Abb. 9.



**Abb. 9: Residuenbild nach der Ausgleichung des fehlerfreien Modells**

Die Oszillation der Kurve in Abb. 9 ist durch kleine zufällige Fehler begründet, die in den Ausgangsdaten enthalten sind. Da hier die Parameter von Trassierungselementen, die in den Ausgangsdaten einen stetigen Verlauf aufweisen, ohne Modellfehler ausgeglichen wurden, entspricht dieses Residuenbild dem eines stetigen Trassenverlaufes.

Vergleicht man die Modellparameter mit den Ausgangsdaten aus Kap. 4, so fällt auf, daß diese weitestgehend übereinstimmen. Bei der ersten Ellipse fällt lediglich eine größere Abweichung in  $y_m$  auf. Der Grund dafür dürfte der Einfluß von Rundungsungenauigkeiten bei den Ausgangsdaten sein.

## 5. Schlußbetrachtung

In dieser Arbeit konnte gezeigt werden, daß man mit Hilfe einer Ausgleichung nach maximaler Korrelation sowohl den Bereich als auch die Art von Modellfehlern auffinden kann. Je nach Natur des Problems kann es erforderlich sein, die Modellerweiterung iterativ durchzuführen, bis der Bereich, in dem die Residuenkurve das gewünschte Verhalten zeigt, maximal geworden ist. Die Auswahl der geeigneten Kurvenabschnitte aus der Klasse aller Lösungen erfolgte nicht automatisiert, was den Vorteil einer hohen Anschaulichkeit der Lösungsauswahl bietet. Nach einigen Iterationen konnten exakt die eingebauten Modellfehler gefunden werden. Selbstverständlich kann man die Auswahl der geeigneten Kurven auch bei der Programmierung einbeziehen. Somit kann man sich nun eine Reihe von Anwendungen vorstellen.

So waren z.B. nach der Wiedervereinigung Deutschlands für einige Autobahnabschnitte in den neuen Bundesländern keine Trassierungsunterlagen mehr vorhanden. Aufgrund terrestrischer Messungen mußten die Trassierungselemente rekonstruiert werden, was z.T. manuell geschehen ist. Hier hätte man mit den entsprechenden Modellansätzen (Kreise, Klotoiden) versuchen können, sowohl Anfangs- und Endpunkte als auch die Trassierungsparameter zu rekonstruieren. Anzumerken ist, daß für konkrete Anwendungen bei Trassierungsaufgaben die Darstellung von Elementen in der Form  $y = f(x)$  nicht geeignet ist und der Übergang zur Parameterdarstellung erforderlich wird.

Ein weiteres Anwendungsgebiet könnte im Bereich der Überwachung von Gleisanlagen bestehen. Diese werden in regelmäßigen Abständen durch Befahrung mit einem Gleismeßwagen überprüft. Neuerdings wird versucht, die Ist-Geometrie mit Hilfe von GPS-Meßtechniken zu erfassen. Am Ende dieser Überprüfungen steht jeweils die Aufgabe die Ist-Geometrie und damit die Gleistrassierungsparameter für einen Soll-Ist-Vergleich zu ermitteln. *Kahmen* und *Retscher* (1997) schlagen für diese Aufgabe eine „Modellbildung mit dem Wiener-Filter“ bzw. eine „Modellbildung mit dem Kalman-Filter“ vor. An dieser Stelle wäre es sehr interessant, die Rekonstruktion von Trassierungsparametern anhand von realen Meßwerten mit Hilfe einer Ausgleichung nach maximaler Korrelation durchzuführen.

## 6. Literatur

1. KAHMEN, H.; RETSCHER, G.: Gleisvermessung mit einem Multi-Sensorsystem und linearen Filterverfahren, ZfV 12/1997, S. 549 - 560, Wittwer Verlag, Stuttgart 1997
2. PETROVIC, S.: Geometry of the Correlation Coefficient and its Applikation in Geodesy, Mitteilungen der geodätischen Institute der Technischen Universität Graz, Folge 71, Graz 1991
3. PETROVIC, S.: Maximum Correlation Adjustment and incomplete Models, Proceedings of the Second Turkish-German Joint Geodetic Days, Berlin 1997, S. 687-694