

DEFORMATIONSANALYSE UND REGIONALE ANPASSUNG EINES HISTORISCHEN GEODATENBESTANDES

Christian Marx
Frank Neitzel

TU Berlin
Institut für Geodäsie
und Geoinformationstechnik

Kurzfassung: Anhand des um 150 n. Chr. entstandenen antiken Atlas „Geographike Hyphegesis“ des Klaudios Ptolemaios sind die Positionen von über 6000 Orten überliefert, welche erfasst in einer Datenbank als digitaler Geodatenbestand vorliegen. Dieser soll in ein modernes Koordinatensystem transformiert werden, um antike Orten zu identifizieren und Genauigkeitsaussagen über die historischen Daten zu treffen. Problematisch sind dabei systematische und viele grobe Fehler in den Daten, welche es im Rahmen des DFG-Projekts NE 1387/1-1 aufzudecken gilt.

Die Art und Vielzahl der Fehler im Datenmaterial erfordern unkonventionelle Auswertestrategien. Neben der Ausgleichsrechnung, statistischen Tests und geometrischen Algorithmen findet insbesondere die Methode der Maximalen Untergruppe (MSS) als ein noch junges Verfahren Anwendung. Das Auswertekonzept und erste Ergebnisse werden präsentiert.

1 Einleitung

Einer der bedeutendsten Arbeiten des Ptolemaios ist die Geographike Hyphegesis, mit der er das geographische Wissen seiner Zeit umfassend darstellte. Sie enthält neben einem theoretischen Teil und einem Kartenatlas einen Ortskatalog mit Positionen von über 6000 Orten. Dafür führte Ptolemaios ein einheitliches Koordinatensystem ein, in dem Ortspositionen mittels Länge und Breite angegeben wurden. Im Gegensatz zum heutigen geographischen Koordinatensystem definierte er den Meridian durch die kanarische Insel El Hierro (Ferro) als Nullmeridian.

Mit dem DFG-Projekt NE 1387/1-1 sollen die historischen Daten mittels geodätischer Methoden mit dem Ziel untersucht werden, Genauigkeitsaussagen über die Daten zu treffen und die moderne Entsprechung antiker Orte zu identifizieren. Dazu gilt es, die im Datenmaterial vorhandenen systematischen und groben Fehler sowie bisherige Fehlidentifikationen aufzudecken. Mit Hilfe von Koordinatentransformationen können dann die antiken Daten regional bestmöglich angepasst werden.

Die vorliegende Problematik ist der eines geodätischen Netzes zur Überwachung von Deformationen ähnlich (mit dem Unterschied, dass sich nicht die Lage von Punkten verändert hat, sondern die Koordinaten „deformiert“ sind). Die traditionellen Verfahren der Deformationsanalyse, z.B. die sukzessive Untersuchung einzelner Punkte mit Hilfe statistischer Tests, die in [1, S. 365ff.] beschrieben ist, stoßen beim Vorhandensein einer Vielzahl verschobener Punkte an die Grenzen ihrer Anwendbarkeit. Aus diesem Grund wird bei der vorliegenden Problemstellung mit der Methode der Maximalen Untergruppe (maximum sub sample) aus [2], im Folgenden kurz MSS genannt, ein alternatives Verfahren zur Identifizierung konsistenter Datengruppen angewendet.

Für die im Folgenden vorgestellten Arbeitsschritte wurden jeweils C-Programme erstellt. Einheitliche Aus- und Eingabeformate für die Daten gewährleisten den Datenfluss zwischen den Programmen, so dass diese sequentiell ausgeführt werden können.

2 Vorbetrachtungen zu den historischen Daten und den Deformationen

In der Geographike Hyphegesis sind die Koordinaten mit einer Auflösung von 5 Bogenminuten angegeben. Diese ist zu unterscheiden von der Genauigkeit im statistischen Sinn. Hier wird für die genauesten antiken Koordinaten eine Standardabweichung von 6 Bogenminuten angenommen, die sich bereits bei den bisherigen Untersuchungen bestätigt hat.

Ptolemaios verwendete für seine Arbeiten Quellen verschiedenster Art. Dies waren zum einen Itinerarien¹, zum anderen mathematisch-astronomische Daten, welche vor allem aus Distanzmessungen und astronomischen Ortsbestimmungen hervorgingen. Ihm lagen Einzelkarten sowie Koordinatenverzeichnisse vor, welche bis zur damaligen Zeit anscheinend nur in Form von Listen mit Orten gleicher Länge und gleicher Breite geführt wurden, wie in [3, S. 13ff.] erläutert wird.

Neben etwaigen systematischen Fehlern in den Quellen brachte Ptolemaios unwissend wahrscheinlich selbst maßstäbliche Fehler in die Daten ein, indem er Datenmaterial zusammenführte, das auf unterschiedlichen Definitionen der damals grundlegenden Maßeinheit Stadion beruhte.

¹Ein Itinerar ist im historischen Sinne eine ausführliche Reisewegbeschreibung.

Die Geographike Hyphegesis ist nur noch als Kopie aus dem Spätmittelalter vorhanden. Durch zahlreiche Abschriften des Originals entstanden viele Schreibfehler in den Koordinaten, die eine Identifizierung der Orte erschweren oder gar unmöglich machen.

Für eine rechnerische Analyse der Daten müssen im Vorhinein moderne Identifizierungen für antike Orte vorliegen, damit Passpunkte für die Bestimmung von Transformationsparametern zur Verfügung stehen. Diese Identifizierungen werden am Institut für Geodäsie und Geoinformationstechnik von einem Altphilologen durchgeführt. Bei der weiteren Arbeit muss jedoch davon ausgegangen werden, dass solche Identifizierungen auch fehlerhaft sein können.

2.1 Visualisierung topologischer Widersprüche

Unter topologischen Widersprüchen werden Fehler in der relativen Lageanordnung von Orten zueinander verstanden. Die Ermittlung der Widersprüche geschieht hier anhand des Drehsinns von Dreiecken einer Dreiecksvermaschung über die zu untersuchenden Punkte. Trianguliert wird mittels Delaunay-Algorithmus. Ist der Drehsinn im antiken und modernen Koordinatensystem unterschiedlich, liegt ein topologischer Widerspruch vor.

Der Drehsinn eines Dreiecks wird hier, abweichend von [4, S. 107], mit der Formel

$$F = \frac{1}{2} \det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

aus [5] für die Dreiecksfläche bestimmt, die mit dem Vorzeichen von F den Drehsinn liefert.

Nach der Dreiecksvermaschung mit Hilfe der Software Mathematica erstellt ein Programm zur Visualisierung der Ergebnisse eine EPS-Datei. Abbildung 1 zeigt beispielhaft das Ergebnis für die Iberische Halbinsel. Trianguliert wurde mit den antiken Koordinaten. Helle Dreiecke besitzen in beiden Systemen unterschiedlichen, schwarze Dreiecke gleichen Drehsinn (die hellen Dreiecke überlagern darstellungsbedingt die Seiten der schwarzen Dreiecke). Die Vielzahl heller Dreiecke weist auf viele Fehler in der gegenseitigen relativen Lage der Orte hin. Diese resultieren möglicherweise nicht nur aus systematischen und groben Fehlern in den Koordinaten, sondern sie können auch auf Fehlidentifikationen und, insbesondere bei kleinen und spitzwinkligen Dreiecken, auf den hohen Standardabweichungen der antiken Koordinaten beruhen.

2.2 Visualisierung von Residuenvektoren

Für die Punkte eines zu untersuchenden Gebietes werden, unberücksichtigt etwaiger regionaler systematischer Verzerrungen, Transformationsparameter mittels einer Ausgleichung bestimmt und die sich ergebenden Residuenvektoren dargestellt. Die Ausgleichung

erfolgt mit einem Programm, welches für die Ausgleichung von Parametern verschiedenartiger ebener Transformationen erstellt wurde. Mit einem weiteren Programm wird eine DXF-Datei zur Visualisierung der Residuen erzeugt.

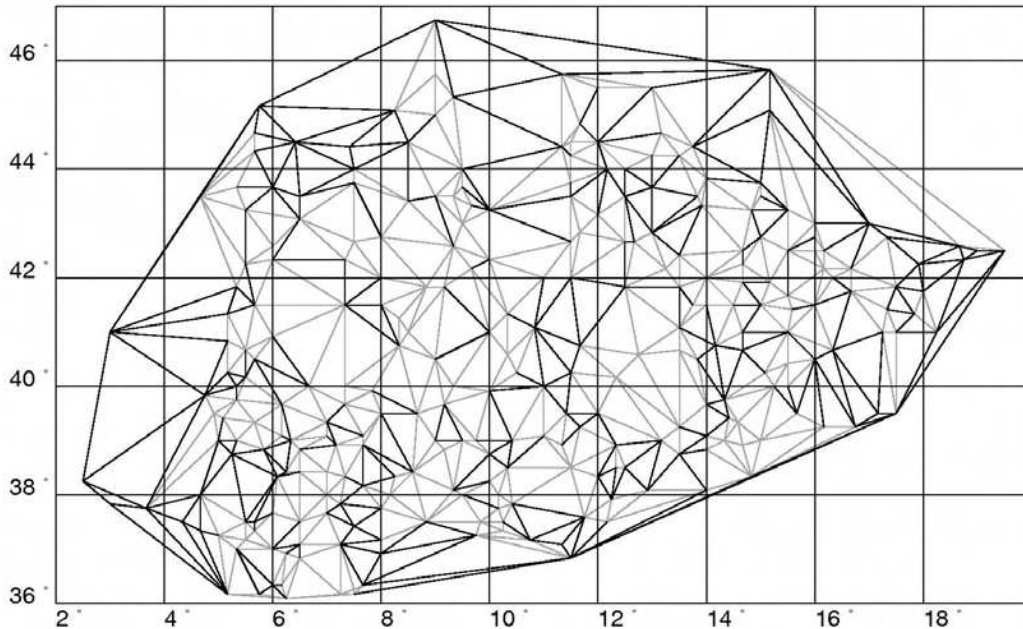


Abbildung 1: Topologische Widersprüche anhand des Drehsinns von Dreiecken am Beispiel der Iberischen Halbinsel

Beispielhaft ist in Abbildung 2 das Residuenbild für eine Transformation mit zwei Translationen und einem Maßstab vom modernen in das antike System für die Iberische Halbinsel dargestellt. Erkennbar sind Regionen stark unterschiedlicher Systematik sowie mögliche grobe Fehler, die es im Weiteren aufzudecken gilt.

3 Regionale Entzerrung und Anpassung

Bei den vorliegenden Deformationen wird nur von Translationen und maßstäblichen Veränderungen ausgegangen. Die Beobachtungsgleichungen einer vermittelnden Ausgleichung bei einem entsprechenden Transformationsansatz lauten mit den Maßstäben m_Λ und m_Φ sowie den Translationen Λ_0 und Φ_0

$$\begin{aligned}\Lambda_i + v_{\Lambda_i} &= m_\Lambda \lambda_i + \Lambda_0 \\ \Phi_i + v_{\Phi_i} &= m_\Phi \varphi_i + \Phi_0\end{aligned}\quad (2)$$

Die modernen Koordinaten λ_i und φ_i sind als konstante Größen, die antiken Koordinaten Λ_i und Φ_i als Beobachtungen anzusehen.

Im Folgenden wird der generelle Ablauf des Auswerteprozesses beschrieben, welcher in Abbildung 3 dargestellt ist. In den weiteren Abschnitten wird noch näher auf einzelne Teilschritte eingegangen.

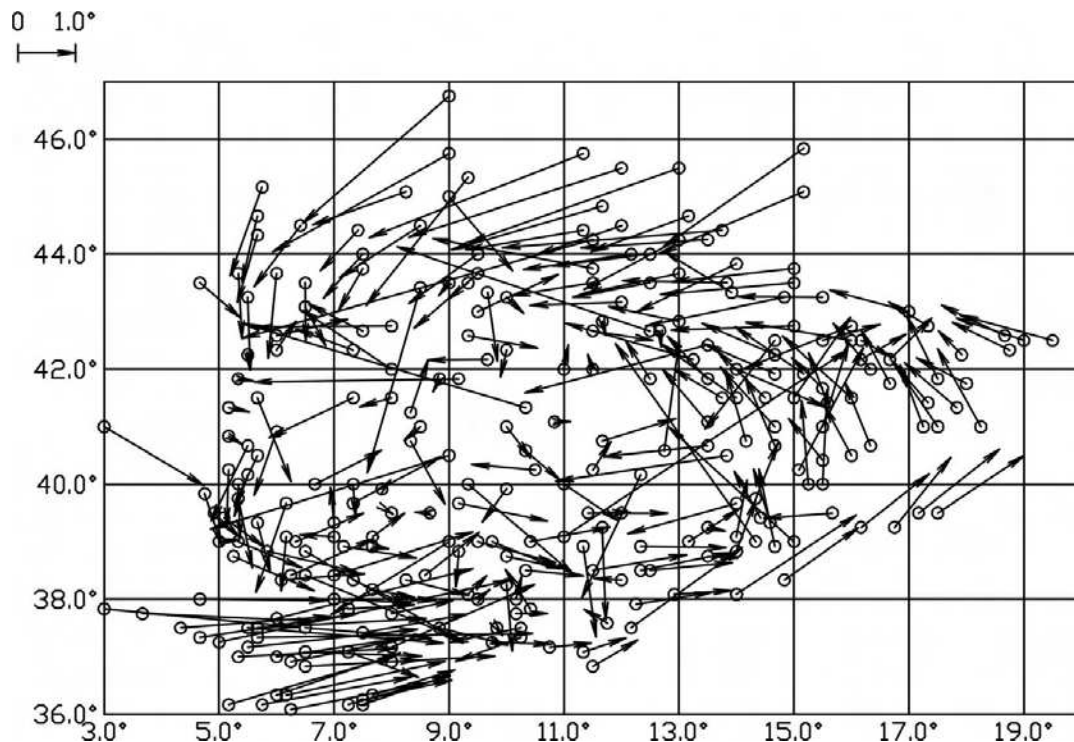


Abbildung 2: Residuenbild am Beispiel der Iberischen Halbinsel

Im 1. Auswerteschritt wird mit der MSS eine Kombination aus Ausreißer- und Transformationseinheiten-Suche auf Grundlage der vorhandenen Passpunkte (Punkte mit einer Identifizierung) durchgeführt. Dabei werden auch die Standardabweichungen der Koordinaten in den herausgebildeten Transformationseinheiten ermittelt.

Wird beim 1. Schritt ein Transformationsparameter (z.B. der Maßstab) fest vorgegeben, muss dieser im Nachhinein auf seine Plausibilität überprüft werden. Dafür wird im 2. Schritt der vormals konstante Parameter mit als Unbekannte in eine Ausgleichung eingeführt. Mittels eines statistischen Tests (Student-Test, vgl. z.B. [1, S.66]) wird das Ausgleichungsergebnis auf signifikante Abweichung vom vorausgesetzten Wert getestet.

Im 3. Schritt wird für Orte mit mehreren Identifizierungsalternativen die jeweils wahrscheinlichste Identifizierung ermittelt. Dabei werden auch nochmals Punkte untersucht, die im 1. Schritt keiner Transformationseinheit zugeordnet werden konnten. Als Ergebnis stehen weitere Passpunkte zur Verfügung.

Durch die neuen Passpunkte ist eine Neuausgleichung der Transformationsparameter in den einzelnen Transformationseinheiten notwendig. Dies geschieht als 4. Schritt, wobei nochmals grobe Fehler aufgedeckt werden.

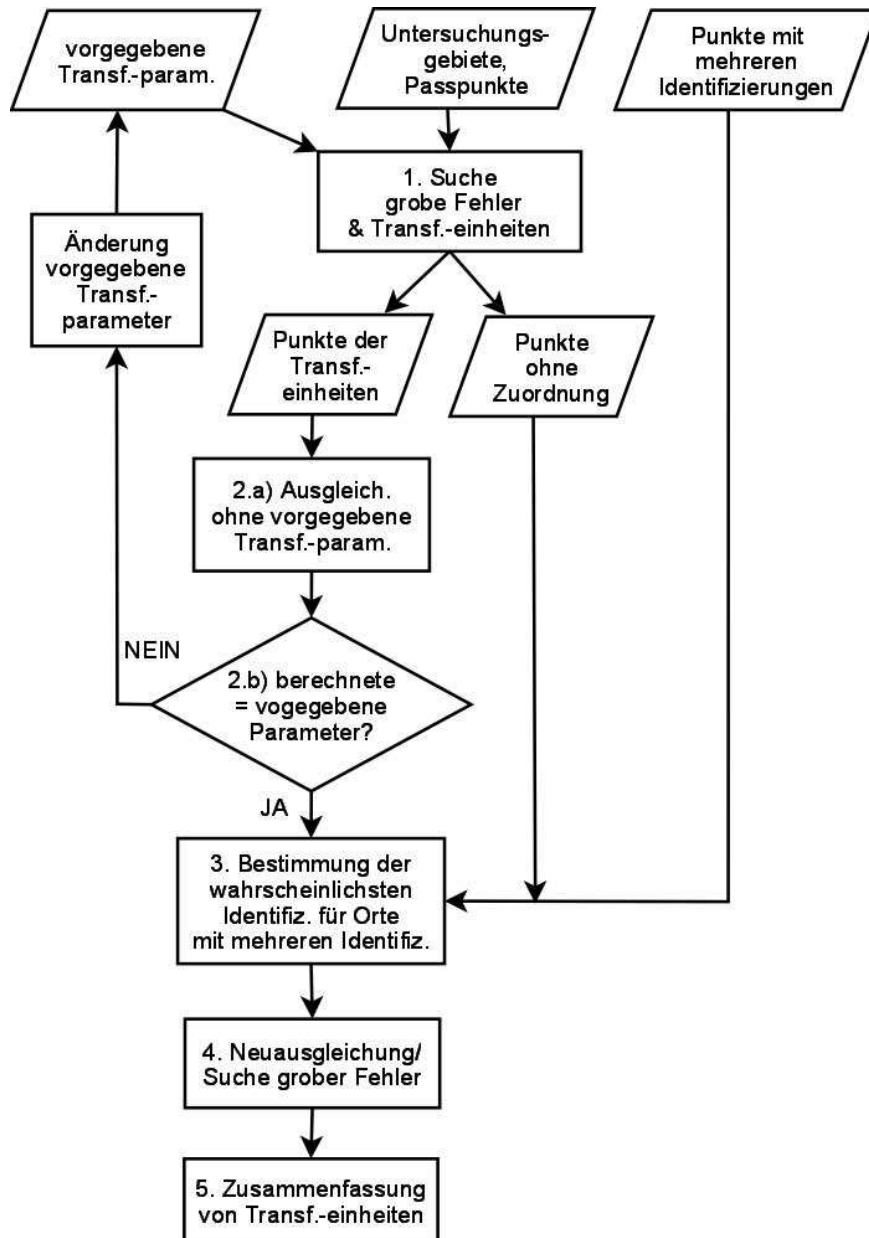


Abbildung 3: Ablaufschema des Auswerteprozesses

Im 5. Schritt werden die Transformationseinheiten daraufhin untersucht, ob sich ihre Transformationsparameter signifikant unterscheiden und werden gegebenenfalls auf eine geeignete Weise zusammengefasst.

3.1 Die Methode der maximalen Untergruppe

Die Methode der maximalen Untergruppe wird in [2] vorgestellt. Bei diesem Verfahren werden die Beobachtungen einer vermittelnden Ausgleichung so lange miteinander kombiniert und nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen, bis eine größte Untergruppe von Beobachtungen gefunden wird, in der keine Anzeichen auf grobe Fehler mehr auftauchen. Die Beurteilung, ob ein grober Fehler vorliegt, erfolgt anhand der normierten Verbesserung der Beobachtung. Abbildung 4 zeigt ein Ablaufschema zur Verfahrensweise.

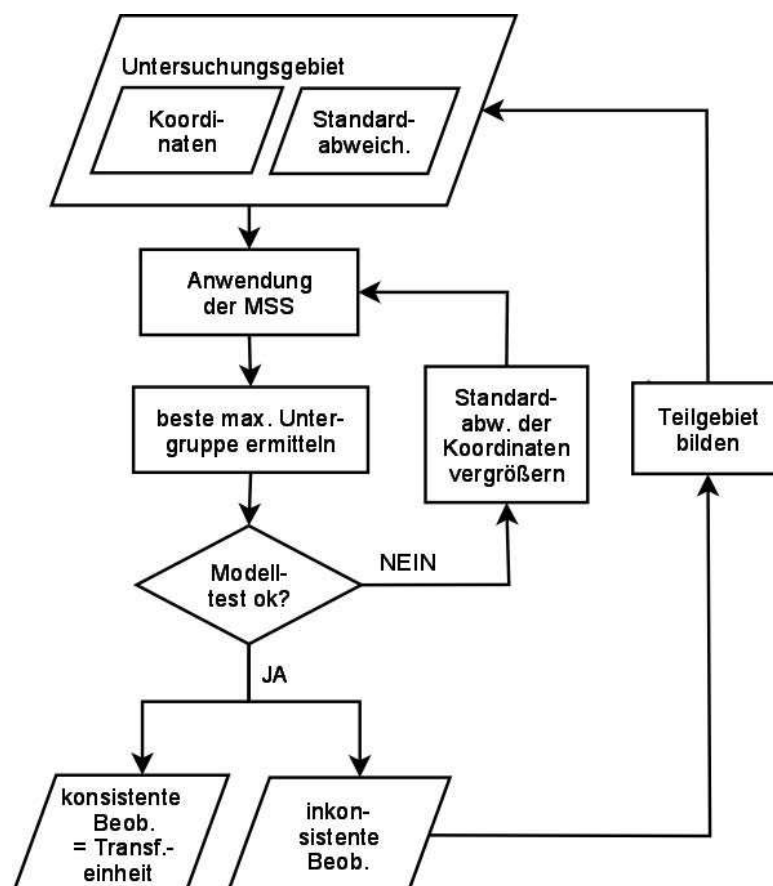


Abbildung 4: Ablaufschema der Suche nach Ausreißern und Transformationseinheiten

Möglicherweise erhält man als Ergebnis mehr als eine maximale Untergruppe mit gleicher Anzahl von Beobachtungen. In diesem Fall wird als beste Untergruppe diejenige gewählt, bei der die Standardabweichung der Gewichtseinheit nach der Ausgleichung am kleinsten ist. Für die maximale Untergruppe erfolgt ein Globaltest des Ausgleichungsmodells, siehe z.B. [1, S. 147ff.]. Zeigt der Test Fehler im Modell an, werden diese im stochastischen Modell vermutet und das Verfahren mit neuen Standardabweichungen für die Beobachtungen wiederholt.

Bei den durch die Ausreißersuche herausgefilterten Beobachtungen kann es sich nicht nur um grob fehlerhafte handeln, sondern auch um solche, die nicht zum funktionalen Modell passen, d.h. anders zu transformieren sind, oder solche, die nicht zum stochastischen Modell passen, d.h. mit einer anderen Genauigkeit als angenommen vorliegen. Die wiederholte Anwendung der MSS auf herausgefilterte Beobachtungen dient dazu, weitere in sich konsistente Beobachtungsgruppen verschiedener Systematik zu finden.

Wird in den Gleichungen (2) der Maßstab fest vorgegeben, zerfällt das Ausgleichungsproblem in zwei für die Längen- und Breitenangaben getrennte Systeme, da auch keine Korrelationen zwischen den verschiedenartigen Koordinaten angesetzt werden. Als Maßstab wird z.B. 5/7 (von antik nach modern) vorgegeben, welcher nach [6] empirisch für West- und Nordeuropa ermittelt wurde und sich auf die verschiedenen Stadiondefinitionen des Altertums zurückführen lässt.

$$\begin{aligned}\Lambda_i + v_{\Lambda i} - m_{\Lambda}\lambda_i &= \Lambda_0 \\ \Phi_i + v_{\Phi i} - m_{\Phi}\varphi_i &= \Phi_0\end{aligned}\quad (3)$$

Mit den Substitutionen $\tilde{\Lambda}_i = \Lambda_i - m_{\Lambda}\lambda_i$ und $\tilde{\Phi}_i = \Phi_i - m_{\Phi}\varphi_i$ erhält man

$$\begin{aligned}\tilde{\Lambda}_i + v_{\Lambda i} &= \Lambda_0 \\ \tilde{\Phi}_i + v_{\Phi i} &= \Phi_0\end{aligned}\quad (4)$$

Mit den neuen Beobachtungen $\tilde{\Lambda}_i$ und $\tilde{\Phi}_i$ entspricht das Ausgleichungsproblem dem der Mittelwertbestimmung. Bei diesem kann im Vorhinein die Anzahl der zu untersuchenden Beobachtungskombinationen eingeschränkt werden. Dazu werden die Beobachtungen der Größe nach sortiert, nur benachbarte Werte können dann eine maximale Untergruppe bilden, wie in [2, S. 110ff.] ausgeführt wird.

In Abbildung 5 ist am Beispiel der Iberischen Halbinsel das Residuenbild nach Durchführung der MSS dargestellt. Im Vergleich zu Abbildung 2 sind die Residuenvektoren nun wesentlich kleiner und zeigen, außer möglicherweise im nördlichen Bereich, keine Systematiken mehr. Für die Anwendung der MSS wurde das Gebiet in 9 Untersuchungsgebiete eingeteilt, in denen sich insgesamt nochmals über 20 Transformationseinheiten herausbildeten. Diese überlagern sich stark und sind aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht mit dargestellt. Orte ohne Residuenvektoren sind aufgrund einer oder zweier Ausreißer in den Koordinaten keiner Transformationseinheit zugeordnet worden.

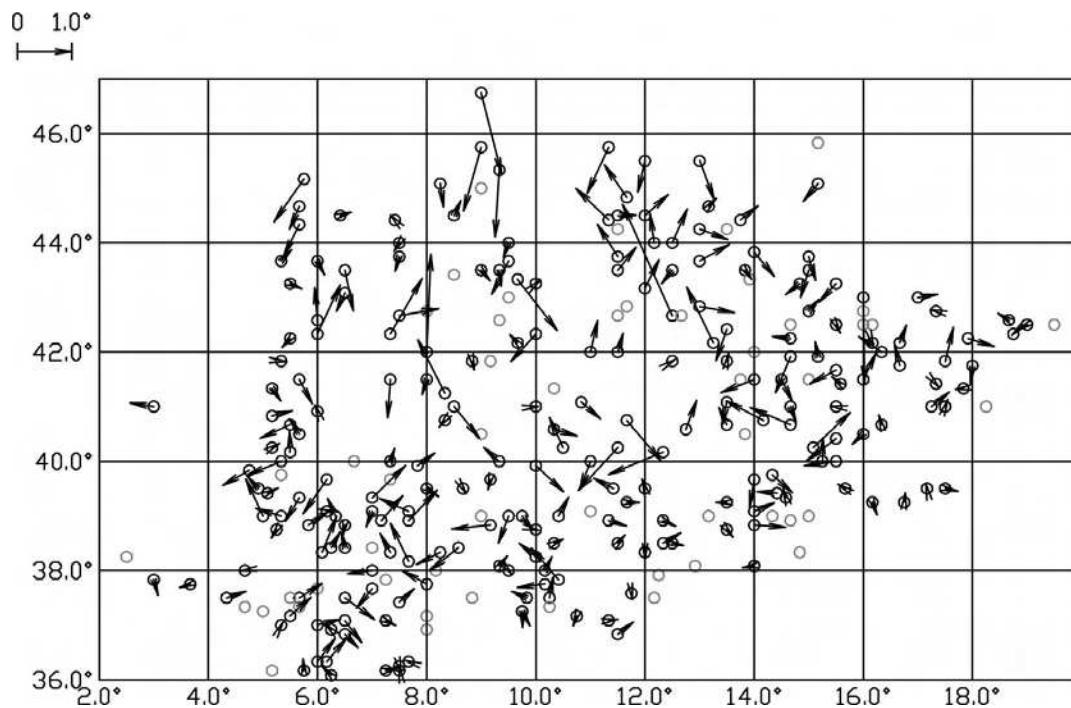


Abbildung 5: Residuenbild der Iberischen Halbinsel nach Durchführung der MSS

3.2 Ermittlung der wahrscheinlichsten Identifizierung bei Orten mit mehreren Identifizierungsalternativen

Nachdem die Transformationseinheiten vorliegen, kann für Orte mit mehreren Identifizierungsalternativen die wahrscheinlichste Identifizierung ermittelt werden. Dazu werden für jede Identifizierung die entsprechenden Koordinaten in jeder der in Frage kommenden Transformationseinheit transformiert. Diejenige Identifizierung mit den kleinsten (akzeptablen, gemessen z.B. am 3σ -Kriterium) Restklaffungen in einer Transformationseinheit, gilt als die wahrscheinlichste und wird dieser Transformationseinheit zugeordnet.

Es liegt nahe, die jeweilige Identifizierung nur in denjenigen Transformationseinheiten zu untersuchen, in denen oder in deren Nähe die Identifizierung liegt. Um dies festzustellen, kann wie folgt vorgegangen werden. Es wird angenommen, dass die Passpunkte in etwa die Form der Transformationseinheit charakterisieren. Als Grenze der Transformationseinheit wird die konvexe Hülle der Passpunkte bestimmt und maßstäblich vergrößert, um auch Punktlagen in Nähe der Passpunktwolke zuzulassen. Die Konstruktion der Hülle kann mit dem nach Jarvis benannten Algorithmus „Jarvis March“ erzeugt werden, siehe z.B. [7]. Für den zu untersuchenden Punkt erfolgt dann ein Punkt-in-Polygon-Test, wie er z.B. in [5] angegeben ist.

Abbildung 6 zeigt ein fiktives Beispiel. Dargestellt sind zwei Transformationseinheiten mit ihren konvexen Hüllen und deren Streckungen. Punkt 1 wird der linken Transformationseinheit zugeordnet, bei Punkt 2 entscheidet die Güte der Transformation in den beiden Transformationseinheiten, welcher er zugeordnet wird.

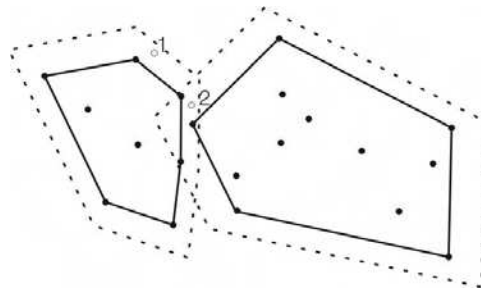


Abbildung 6: Beispiel zur Zuordnung eines identifizierten Punktes

3.3 Automatische Zusammenfassung von Transformationseinheiten

Für die herausgebildeten Transformationseinheiten wird überprüft, ob sich ihre Transformationsparameter signifikant unterscheiden. Möglicherweise unterscheiden sich zwei Transformationseinheiten nur durch die Genauigkeit ihrer Koordinaten und können deshalb zusammengefasst werden. Die Überprüfung erfolgt mittels eines statistischen Tests der Differenzen der ausgeglichenen Transformationsparameter (Student-Test).

Aus den Ausgleichungen zweier Transformationseinheiten sind die Transformationsparameter u_1 und u_2 und ihre Kofaktoren q_{ii} bekannt, weiterhin die Freiheitsgrade f_1 und f_2 sowie die Standardabweichungen der Gewichtseinheit s_{01} und s_{02} . Mit der Differenz $\Delta u = u_2 - u_1$ und deren Standardabweichung $s_{\Delta u}$ ergibt sich die Prüfgröße zu

$$T_t = \left| \frac{\Delta u}{s_{\Delta u}} \right| \quad (5)$$

welche mit dem vom Freiheitsgrad f und der Sicherheitswahrscheinlichkeit S abhängigen Quantil $t_{f,S=1-\alpha/2}$ der Student-Verteilung verglichen wird. Wird der Schrankenwert überschritten, wird die Hypothese auf Gleichheit der Parameter verworfen, im anderen Fall wird die Hypothese angenommen.

Zur Bestimmung von $s_{\Delta u}$ werden die Standardabweichungen der Gewichtseinheit s_{01} und s_{02} der beiden Transformationseinheiten mittels F-Test auf statistische Übereinstimmung getestet, siehe [1, S. 90ff.]. Ist diese gegeben, wird mit

$$s_0^2 = \frac{f_1 s_{01}^2 + f_2 s_{02}^2}{f_1 + f_2} \quad (6)$$

ein gewichteter Mittelwert für s_{01} und s_{02} berechnet und damit die Standardabweichungen der Parameter zu

$$\begin{aligned} s_{u1}^2 &= s_0^2 q_{u1u1} \\ s_{u2}^2 &= s_0^2 q_{u2u2} \end{aligned} \quad (7)$$

neu bestimmt. Die Standardabweichung $s_{\Delta u}$ ergibt sich nach dem Varianz - Fortpflanzungsgesetz zu

$$s_{\Delta u}^2 = s_{u1}^2 + s_{u2}^2 \quad (8)$$

und für f gilt

$$f = f_1 + f_2. \quad (9)$$

Ist keine statistische Übereinstimmung von s_{01} und s_{02} gegeben, wird $s_{\Delta u}$ mit (8) ohne Anwendung von (7) direkt bestimmt. Der Freiheitsgrad f muss dann approximiert werden, was mit der Welch-Satterthwaite-Approximation erfolgen kann, die nach [9] lautet

$$f = \frac{(s_{u1}^2 + s_{u2}^2)^2}{\frac{1}{f_1} (s_{u1}^2)^2 + \frac{1}{f_2} (s_{u2}^2)^2} \quad (10)$$

Ziel ist es dann, aus den paarweisen Kombinationen der Transformationseinheiten mit statistisch gleichen Parametern Gruppen zu bilden, in denen alle möglichen Paarungen von Transformationseinheiten statistisch gleiche Parameter aufweisen. Die manuelle Suche wird im Falle vieler möglicher Kombinationen von Transformationseinheiten schnell undurchsichtig, weshalb eine automatisierte Suche angewendet wird.

Das Problem ist in der Graphentheorie als Cliquesuche bekannt. Die Transformationseinheiten bilden die Knoten eines ungerichteten Graphen. Ihre Anordnung im Graphen spielt keine Rolle. Zwei Knoten werden miteinander durch eine Kante verbunden, wenn die Transformationsparameter statistisch übereinstimmen. Als weitere Bedingung für das Setzen einer Kante kann eingeführt werden, dass die Transformationseinheiten in unmittelbarer Nähe liegen. Dazu werden gestreckte konvexe Hüllen der Transformationseinheiten gebildet (vgl. voriger Abschnitt) und auf Überlagerung geprüft, d.h. die einzelnen Polygonseiten auf Schnitt getestet.

Nach Aufbau des Graphen wird die größte Gruppe von Knoten, auch Clique genannt, gesucht, bei der sämtliche Kanten existieren. Wird eine Clique gefunden, werden die beteiligten Knoten aus dem Graphen gelöscht und erneut nach der größten Clique im restlichen Graphen gesucht. Als Cliquesuch-Algorithmus wird die in [2, S. 114ff.] entwickelte Vorgehensweise angewendet, wobei der Graph anhand der Inzidenz- und Adjazenz-Matrix (Knoten-Kanten- und Knoten-Knoten-Matrix) untersucht wird.

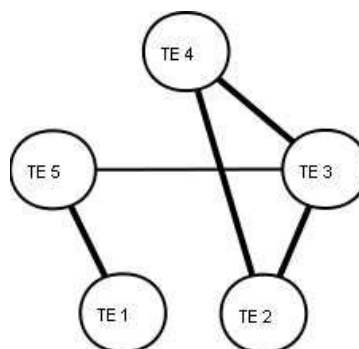


Abbildung 7: Beispiel zur Cliquesuche

Ein Beispiel zur Erläuterung ist in Abbildung 7 dargestellt. Die Größte Clique besteht aus den Transformationseinheiten (TE) 2, 3 und 4. Nach Entfernung dieser bleibt eine 2er-Clique bestehend aus Transformationseinheit 1 und 5 übrig. Dass auch Transformationseinheit 3 und 5 zusammenzufassen wären, bleibt unberücksichtigt.

4 Schlussbetrachtung und Ausblick

Das große Problem bei der Deformationsanalyse des historischen Geodatenbestandes der Geographike Hyphegesis sind die Vielzahl grober Fehler sowie die regionalen systematischen Fehler in Form von Translationen und maßstäblichen Verzerrungen. Auf diese wurde im Beitrag eingegangen und Verfahren zu deren Visualisierung vorgestellt. Des Weiteren wurde der Auswerteprozess dargestellt, mit dessen Hilfe die Fehler aufgedeckt, Genauigkeitsaussagen gemacht und die Daten regional bestmöglich angepasst werden können. Konventionelle Verfahren der Deformationsanalyse sind bei dieser Problemstellung aufgrund der Vielzahl an Fehlern in den Daten ungeeignet. Mit der MSS wird ein neues Verfahren erfolgreich angewendet, auf das näher eingegangen wurde. Weiterhin wurden die Zuordnung von Orten mit mehreren Identifizierungsalternativen und die Zusammenfassung von Transformationseinheiten als weitere Schritte des Auswerteprozesses näher behandelt.

Nach Abarbeitung des Auswerteprozesses können bisher nicht identifizierte Orte transformiert werden und somit Angaben über ihre heutige Lage gemacht werden, was z.B. für archäologische Arbeiten von Nutzen sein kann. Im Hinblick darauf ist noch zu klären, welcher Transformationseinheit ein jeweiliger Ort zuzuordnen ist.

Die ersten Ergebnisse sehen viel versprechend aus. Aussagen zum Datenmaterial des Ptolemaios in [3, S. 13f] bzgl. getrennter Koordinatenlisten für Längen- und Breitenangaben machen eine Abkehr von Transformationseinheiten, die Punkte mit ihren jeweils zwei Koordinatenwerten zusammenfassen, zu solchen, in denen nur noch einzelne Koordinatenwerte einer Koordinatenrichtung zusammengefasst sind, sinnvoll, wodurch eine genauere regionale Anpassung des historischen Geodatenbestandes zu erwarten ist. Nach der vollständigen Implementierung und Tests dieser neuen Herangehensweise können dann die gesamten Positionsangaben des Klaudios Ptolemaios in der Geographike Hyphegesis ausgewertet werden.

Literatur

- [1] Niemeier, W. (2002): Ausgleichsrechnung, Walter de Gruyter, Berlin, New York
- [2] Neitzel, F. (2004): Identifizierung konsistenter Datengruppen am Beispiel der Kongruenzuntersuchung geodätischer Netze. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft 565, München
- [3] Stückelberger A., Graßhoff, G. (Hrsg.) (2006): Ptolemaios. Handbuch der Geographie. Schwabe Verlag, Basel
- [4] Beinecke, D. (2001): Verfahren zur Genauigkeitsanalyse für Altkarten. Schriftenreihe Studiengang Geodäsie und Geoinformation Universität der Bundeswehr München, Heft 71, Neubiberg
- [5] Wiebicke, R. (1997): FAQ der Infomatiker.Ger. Punkt im Polygon. <http://rw7.de/ralf/inffaq/polygon.html>
- [6] Lelgemann, D., Knobloch, E., Fuls, A., Kleineberg, A. (2005): Zum antiken astro-geodätischen Messinstrument Skiotherikós Gnomon. ZfV, 130. Jg., 4/2005, S. 238-247
- [7] Lang, W. H. (2006): Konvexe Hülle. Jarvis March. <http://www.inf.fh-flensburg.de/lang/algorithmen/geo/jarvis.htm>
- [8] Ludwig-Mayenhofer, W. et al. (2006): ILMES - Internet-Lexikon der Methoden der empirischen Sozialforschung. http://www.lrz-muenchen.de/~wlm/ein_voll.htm

Kontakt

Dipl.-Ing. Christian Marx | Dr.-Ing. Frank Neitzel

Technische Universität Berlin
Institut für Geodäsie und Geoinformationstechnik
Straße des 17. Juni 135

10623 Berlin

e-mail: marx@igg.tu-berlin.de | frank@mca.bv.tu-berlin.de